

---

# Mechanika zemin I

## 2 – Základy mechaniky

1. Definice – kontinuum...., napětí, přetvoření...
2. Analýza napětí a přetvoření v 2D – Mohrovo zobrazení
3. Základy chování materiálů
4. Zkoušení mechanických vlastností zemin

## KONTINUUM

spojité funkce pro vlastnosti materiálu

## HOMOGENITA

všechny objemy ( $V \rightarrow 0$ ) vyplněny fyzikálně a chemicky totožnou látkou

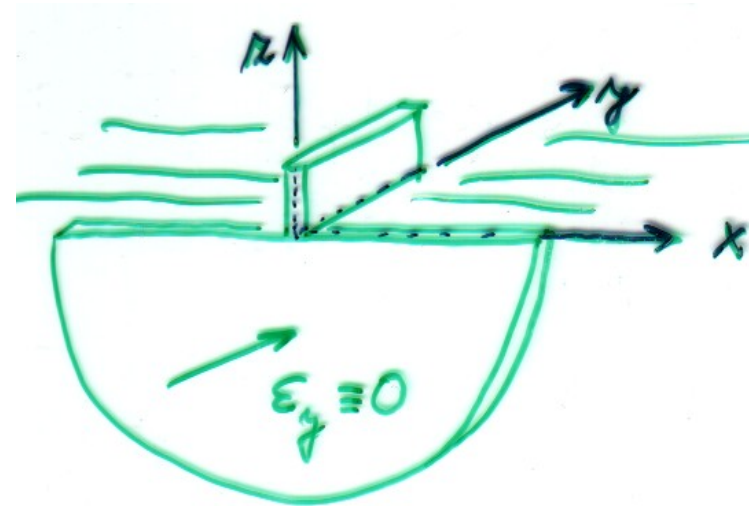
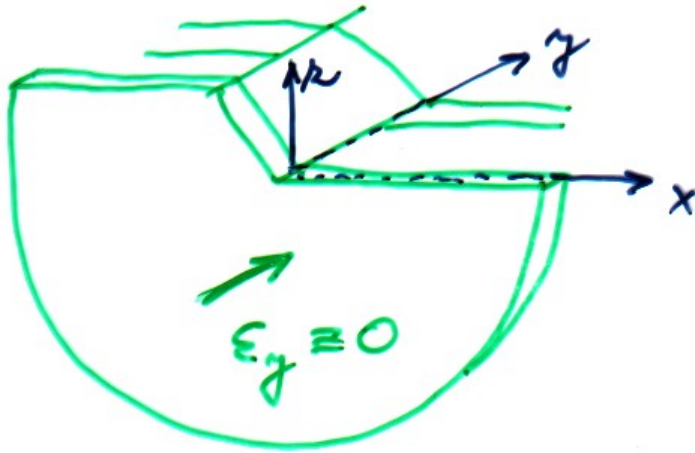
## IZOTROPIE

fyzikálně mechanické vlastnosti stejné ve všech směrech ze zvoleného bodu

# DEFINICE

3D → 2D zjednodušení problému (rovnice)

rovinné přetvoření – v IG/GT často aplikovatelné



vs rovinná napjatost – v GT nemá praktický význam

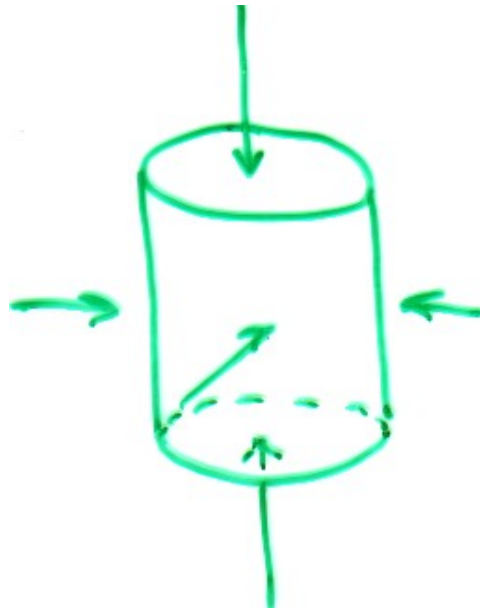
(viz výše:  $\sigma_y \neq 0$  - právě proto, že  $\epsilon_y = 0$ )

# DEFINICE

---

..... zjednodušení problému ... (ale nikoliv 3D→2D)

Pozor: osová (rotační) symetrie napětí a/nebo přetvoření NENÍ 2D

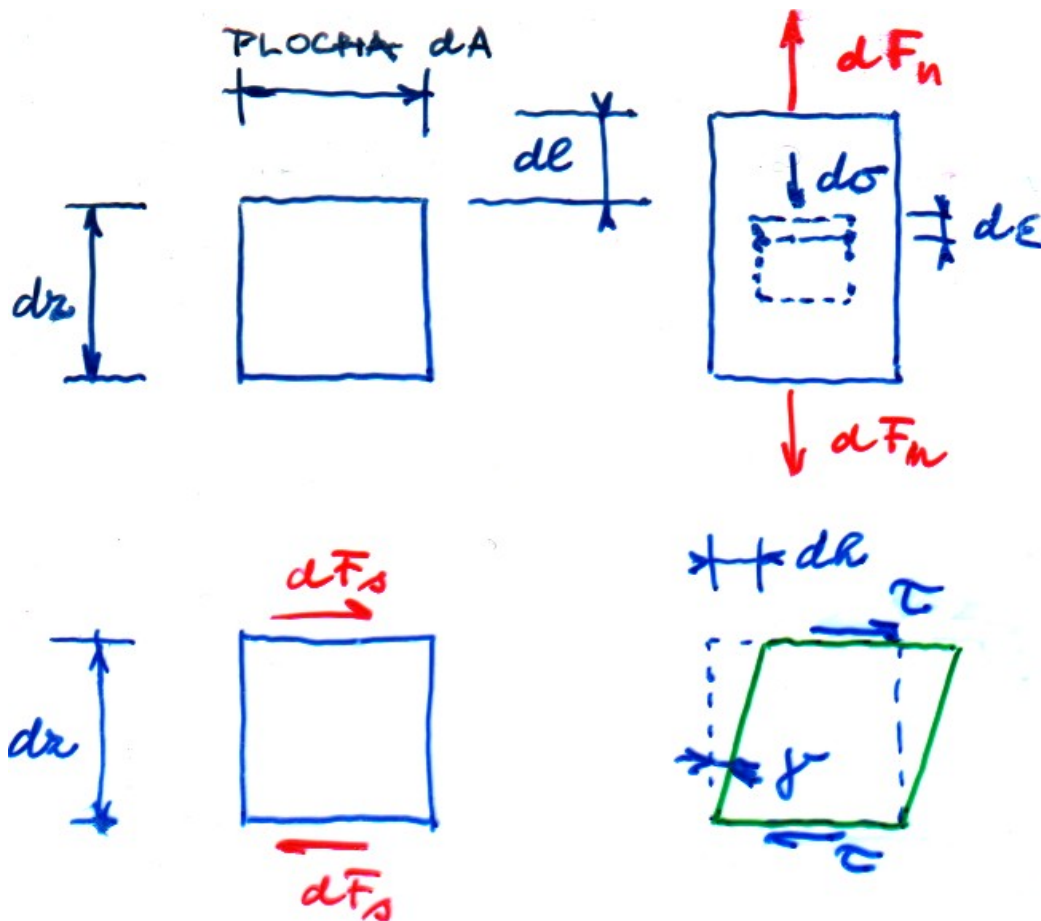


pouze (např)  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_r$  a  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_r$

# DEFINICE

NAPĚTÍ = SÍLA / PLOCHA

(POMĚRNÉ) PŘETVOŘENÍ = ZMĚNA ROZMĚRU / PŮVODNÍ ROZMĚR,  
případně změna původně pravého úhlu



$$d\sigma = dF_n / dA \rightarrow \sigma = F_n / A$$

$$d\epsilon = dl / dz \quad (\rightarrow \epsilon = \delta l / \delta z)$$

$$d\tau = dF_s / dA \rightarrow \tau = F_s / A$$

$$d\gamma = dh / dz \quad (\rightarrow \gamma = \delta h / \delta z)$$

# DEFINICE

---

POSUN, DEFORMACE  $\approx$  účinek zatížení (posun = deformace)

deformace závislá na velikosti modelu/prototypu/konstrukce

PŘETVOŘENÍ (= „poměrné přetvoření“)

výpočtem z deformace, která se „normalizuje“ původním rozměrem, aby bylo možné porovnávat účinky zatížení na různě velkých konstrukcích

Přetvoření = změna délky (rozměru) vzhledem k původní délce (rozměru)

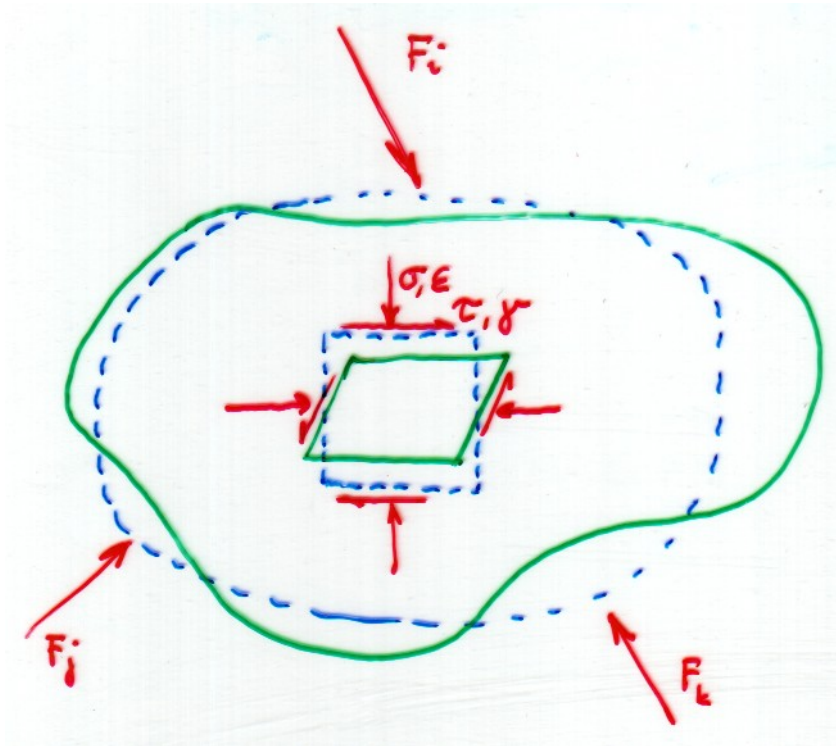
Přetvoření normálové (délkové)  
smykové (úhlové)

Znaménková konvence v GT opačná než v ostatních odvětvích mechaniky:

Tlak a stlačení kladné  
Tah a protažení záporné

# DEFINICE

KONSTITUČNÍ VZTAH (= fyzikální, = materiálový) = souvislost mezi napětím a přetvořením vlastnosti materiálu - úkol IG/GT průzkumu

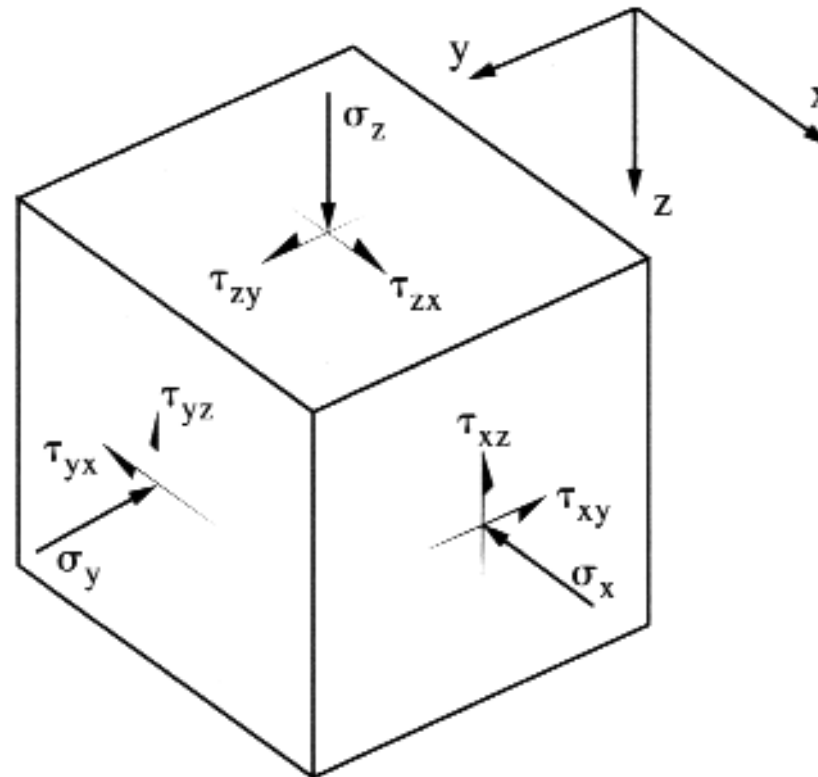


# DEFINICE

Po rozložení síly, působící v daném bodě, do tří směrů KSS  
→ lze definovat na třech rovinách, procházejících daným bodem

Normálová napětí  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ,

Smyková napětí  $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{yx}, \tau_{zy}, \tau_{xz}$ , kde  $\tau_{zy} = \tau_{yz}$  atd



(zdroj: [3])



# DEFINICE

---

Napětí = tenzor: 9 složek, 6 nezávislých

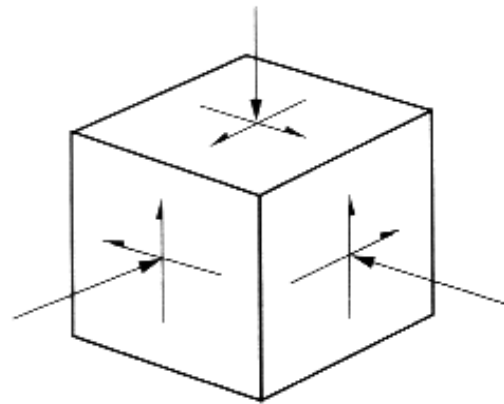
$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Tenzorová veličina – velikost (numerická hodnota), směr, orientace KSS

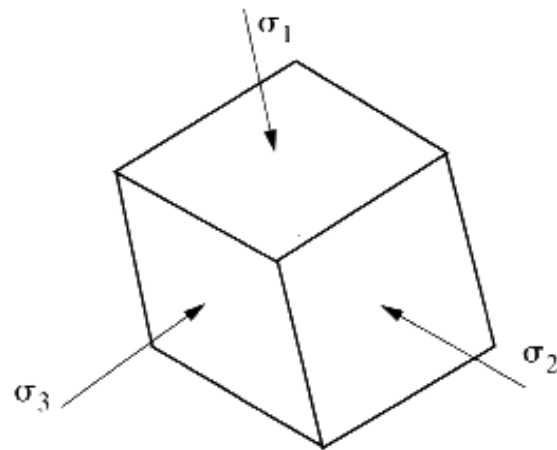
tenzor > vektor > skalár

# DEFINICE

Rotace KSS - vždy lze najít takové tři navzájem kolmé plochy tj. natočení KSS, na nichž smyková napětí nulová a normálová napětí jsou tzv Hlavní NAPĚTÍ  
hlavní napětí = extrémny:  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$



$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

...drobné postřehy:

Pro tenzory platí (a tedy i pro  $\sigma_{ij}$ ):

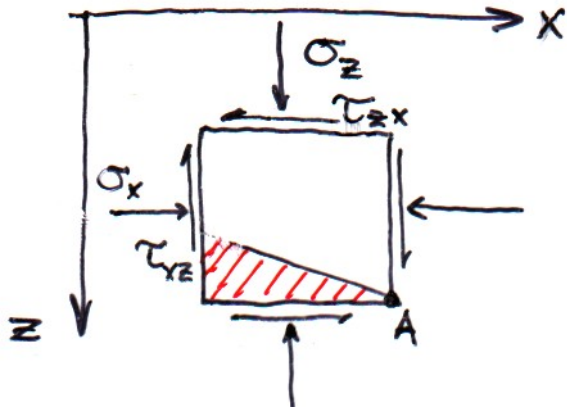
$\sum \sigma_{ii} = \text{konst.}$  při rotaci KSS (tzv. první invariant tenzoru (ze tří))

$p = 1/3(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = \text{střední hlavní napětí} = \text{konst.}$  při rotaci KSS je invariantem, jenž používáme pro popis napjatosti

...mimo jiné to znamená, že jsou-li normálová napětí alespoň pro jedno natočení nenulová, nelze je rotací KSS eliminovat

Na rovině stěny výkopu, tunelu atd. musí být  $\tau=0 \rightarrow$  stěna každého výkopu je hlavní rovinou (kde ale může být hlavní normálové napětí nulové).

# ANALÝZA NAPĚTÍ A PŘETVOŘENÍ V 2D



V 2D tři podmínky rovnováhy:  
1 momentová a 2 součtové

Úkol – analyzovat rovnováhu v bodě – myšlené těleso s infinitezimálními rozměry

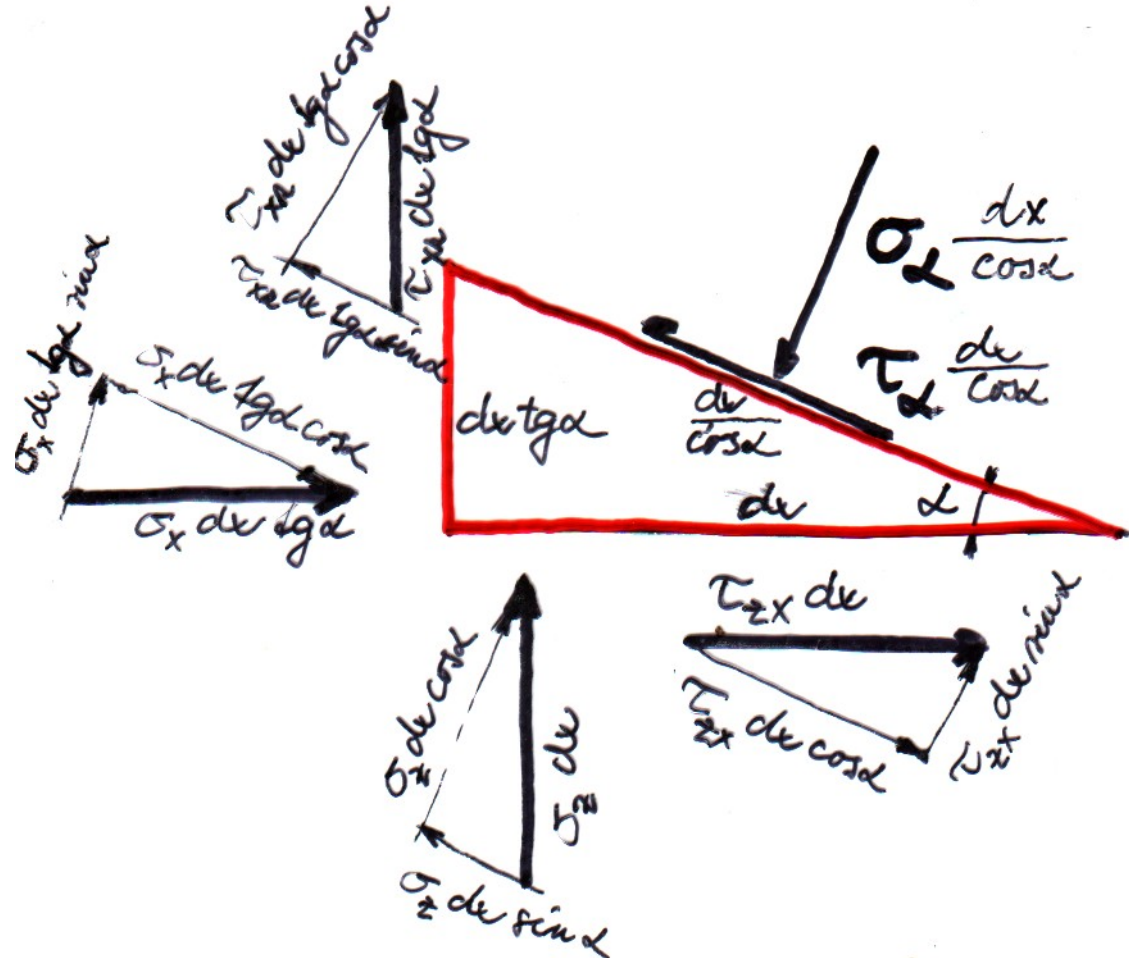
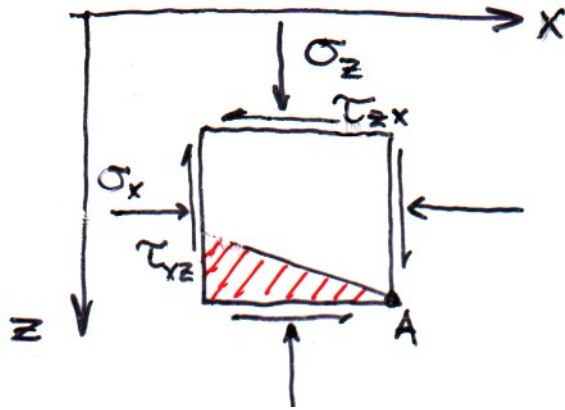
1. Momentová podmínka k bodu A:

$$\tau_{zx} \times \text{plocha} \times \text{rameno} = \tau_{xz} \times \text{plocha} \times \text{rameno}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz}$$

Na dvou sousedních stěnách myšleného tělesa v 2D = na dvou navzájem kolmých ploškách ve vyšetřovaném bodě (v 2D), jsou tangenciální napětí stejně velká, opačného znaménka.

# ANALÝZA NAPĚTÍ A PŘETVOŘENÍ V 2D



2. Dvě součtové podmínky (ve dvou libovolně zvolených směrech; sčítají se síly!)

$$\sigma_{\alpha} dx / \cos\alpha = \sigma_z dx \cos\alpha + \tau_{zx} dx \sin\alpha + \tau_{xz} dx \sin\alpha + \sigma_x dx \sin^2\alpha / \cos\alpha$$

$$\tau_{\alpha} dx / \cos\alpha = -\sigma_z dx \sin\alpha + \tau_{zx} dx \cos\alpha - \tau_{xz} dx \sin^2\alpha / \cos\alpha + \sigma_x dx \sin\alpha$$

# ANALÝZA NAPĚTÍ A PŘETVOŘENÍ V 2D

$$\sigma_{\alpha} dx / \cos\alpha = \sigma_z dx \cos\alpha + \tau_{zx} dx \sin\alpha + \tau_{xz} dx \sin\alpha + \sigma_x dx \sin^2\alpha / \cos\alpha$$

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_z \cos^2\alpha + \sigma_x \sin^2\alpha + 2 \tau_{zx} \sin\alpha \cos\alpha$$

$$\cos^2\alpha = 1/2(1 + \cos 2\alpha); \sin^2\alpha = 1/2(1 - \cos 2\alpha)$$

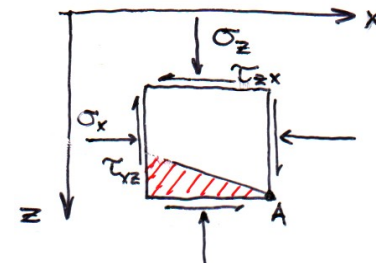
$$\sigma_{\alpha} = \sigma_z / 2 + \sigma_z / 2 \cos 2\alpha + \sigma_x / 2 - \sigma_x / 2 \cos 2\alpha + \tau_{zx} \sin 2\alpha$$

$$\sigma_{\alpha} = (\sigma_z + \sigma_x) / 2 + (\sigma_z - \sigma_x) / 2 \cos 2\alpha + \tau_{zx} \sin 2\alpha \quad (1)$$

$$\tau_{\alpha} dx / \cos\alpha = -\sigma_z dx \sin\alpha + \tau_{zx} dx \cos\alpha - \tau_{xz} dx \sin^2\alpha / \cos\alpha + \sigma_x dx \sin\alpha$$

$$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$$

$$\tau_{\alpha} = (\sigma_x - \sigma_z) / 2 \sin 2\alpha + \tau_{zx} \cos 2\alpha \quad (2)$$



# ANALÝZA NAPĚTÍ A PŘETVOŘENÍ V 2D

---

Hlavní normálové napětí = extrémní hodnota normálového napětí při  $\alpha=\alpha_0$

$$(1): \quad \sigma_{\alpha} = (\sigma_z + \sigma_x)/2 + (\sigma_z - \sigma_x)/2 \cos 2\alpha + \tau_{zx} \sin 2\alpha \dots \text{extrémy} \dots \text{derivace} = 0 \dots$$

směr dvou navzájem kolmých rovin, tzv. hlavních rovin, na nichž působí extrémní normálové napětí:

$$\text{tg} 2\alpha_0 = \tau_{zx} / ((\sigma_z - \sigma_x)/2) \quad (3)$$

stejný výraz dostaneme z (2) pro  $\tau_{\alpha} = 0$  (tj. platí, že na hlavních rovinách je smykové napětí nulové)

....uvážením vět o goniometrických funkcích

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= 1 / (1 + \text{tg}^2 2\alpha)^{1/2}; \quad \sin 2\alpha = \text{tg} 2\alpha / (1 + \text{tg}^2 2\alpha)^{1/2} \\ \rightarrow \cos 2\alpha_0 &= 1 / (1 + 4\tau_{zx}^2 / (\sigma_z - \sigma_x)^2)^{1/2} = (\sigma_z - \sigma_x) / ((\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4\tau_{zx}^2)^{1/2} \\ \rightarrow \sin 2\alpha_0 &= (2\tau_{zx} / (\sigma_z - \sigma_x)) / (1 + 4\tau_{zx}^2 / (\sigma_z - \sigma_x)^2)^{1/2} = 2\tau_{zx} / ((\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4\tau_{zx}^2)^{1/2} \end{aligned}$$

a dosazením  $\text{tg} 2\alpha_0$  podle (3) a úpravou dostaneme vztah pro

velikost hlavních normálových napětí:

$$\sigma_{1,2} = (\sigma_z + \sigma_x)/2 \pm (((\sigma_z - \sigma_x)/2)^2 + \tau_{zx}^2)^{1/2} \quad (4)$$

Význam předchozí strany:

v každém bodě kontinua při dané napjatosti můžeme rotací os najít takové natočení ( $\alpha = \alpha_0$ ), při němž na dvou vzájemně kolmých rovinách bude normálové napětí extrémní a smykové napětí nulové

ve 2D: minimum a maximum normálového napětí = hlavní normálová napětí; působí na hlavních rovinách

konvence:  $\sigma_1 > \sigma_2$

ve 3D: 3 roviny, na nichž minimum, mezilehlá hodnota a maximum

konvence:  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$



Podobně jako hlavní roviny, lze najít jiné natočení KSS (jiný úhel  $\alpha$ ), takové, že smyková napětí budou extrémní (na těchto rovinách ale nevymizí normálové napětí):

$$(2) \tau_{\alpha} = (\sigma_x - \sigma_z)/2 \sin 2\alpha + \tau_{zx} \cos 2\alpha$$

$$\dots \text{derivace}=0 \dots \rightarrow \text{tg} 2\alpha_{\tau_{\max}} = (\sigma_x - \sigma_z) / 2\tau_{zx} \quad (5)$$

$$\dots \text{dosazením do (2):} \quad \tau_{\max, \min} = \pm \left( \left( (\sigma_x - \sigma_z)/2 \right)^2 + \tau_{zx}^2 \right)^{1/2} \quad (6)$$

Vztahy (3) až (6) jsou výsledky analýzy napětí v libovolném bodě v 2D (spočetali jsme extrémy  $\sigma$  i  $\tau$ , odklony odpovídajících rovin, tj splnili jsme úkol...)

# ANALÝZA NAPĚTÍ A PŘETVOŘENÍ V 2D

Grafické vyjádření rovnic (1) až (6) pomocí kružnice K. Culmann (1866) a O. Mohr (1882):

$$\sigma_\alpha - (\sigma_z + \sigma_x)/2 = (\sigma_z - \sigma_x)/2 \cos 2\alpha + \tau_{zx} \sin 2\alpha \quad (1)$$

$$\tau_\alpha = (\sigma_x - \sigma_z)/2 \sin 2\alpha + \tau_{zx} \cos 2\alpha \quad (2)$$

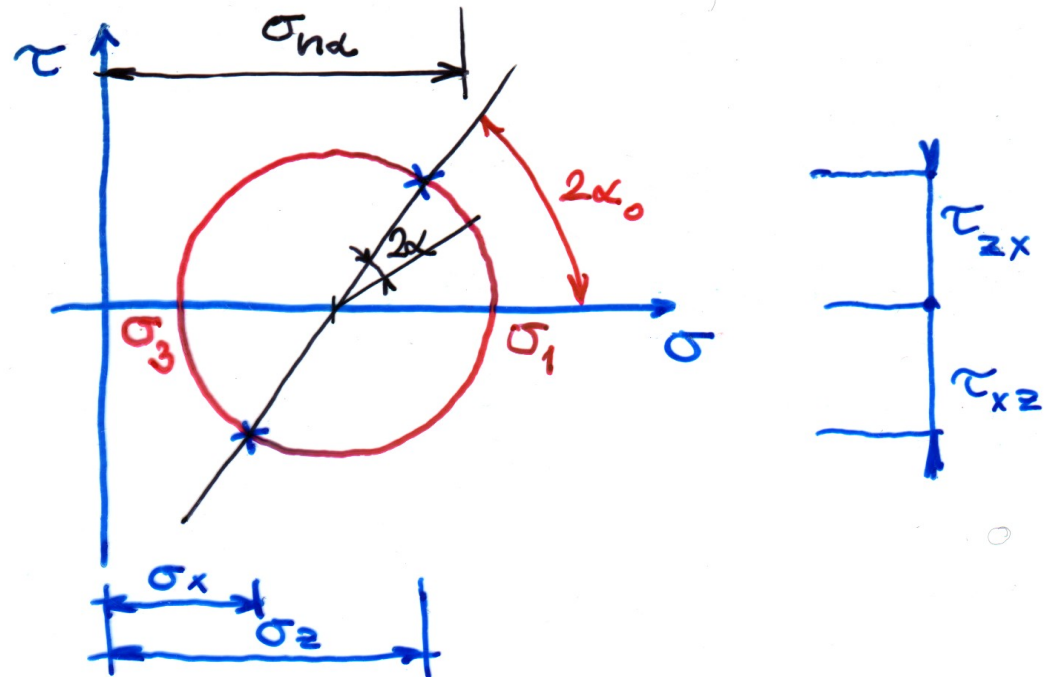
umocnění a sečtení rovnic (1) a (2):

$$\begin{aligned} (\sigma_\alpha - (\sigma_z + \sigma_x)/2)^2 + \tau_\alpha^2 &= (\sigma_z - \sigma_x)^2/4 \cos^2 2\alpha + 2\tau_{zx}(\sigma_z - \sigma_x)/2 \cos 2\alpha \sin 2\alpha + \tau_{zx}^2 \sin^2 2\alpha + \\ &+ (\sigma_x - \sigma_z)^2/4 \sin^2 2\alpha + 2\tau_{zx}(\sigma_x - \sigma_z)/2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha + \tau_{zx}^2 \cos^2 2\alpha \end{aligned}$$

$$(\sigma_\alpha - (\sigma_z + \sigma_x)/2)^2 + \tau_\alpha^2 = ((\sigma_z - \sigma_x)/2)^2 + \tau_{zx}^2$$

resp.  $(\sigma - m)^2 + \tau^2 = r^2$

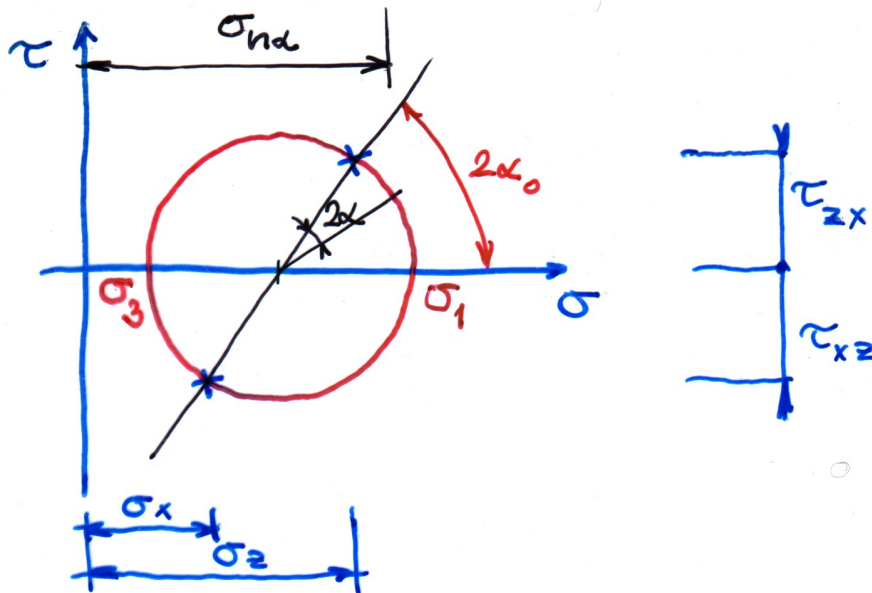
tj. rovnice kružnice (proměnné  $\sigma_\alpha; \tau_\alpha$ ,  
resp.  $\sigma; \tau$ )



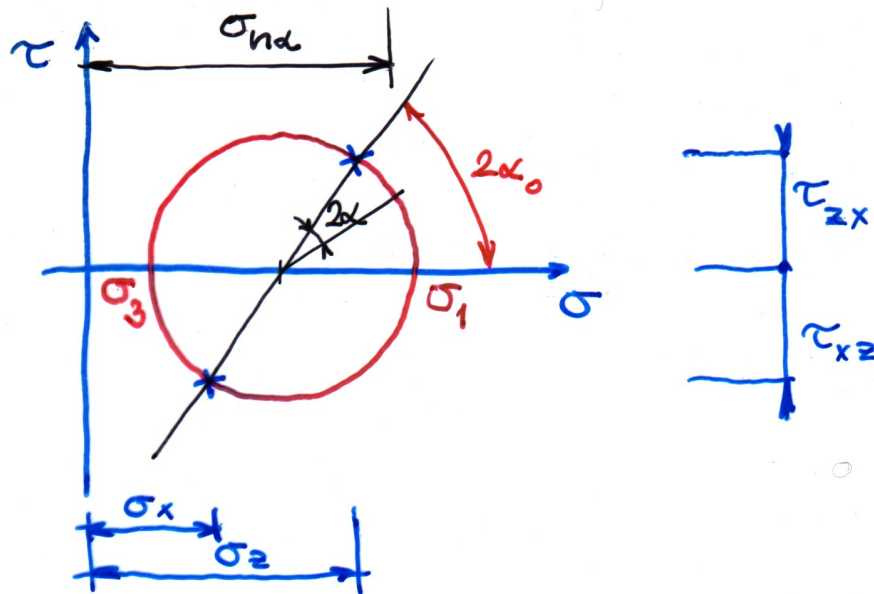
# ANALÝZA NAPĚTÍ A PŘETVOŘENÍ V 2D

Ze známých hodnot  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$ ,  $\tau_{zx}$  a  $\tau_{xz}$  lze velmi snadno odvodit následující:

- nakreslit M.K.
- určit hlavní napětí
- směr hlavních rovin (odklon  $\alpha_0$  od působících napětí)



Ze známých hodnot  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$ ,  $\tau_{zx}$  a  $\tau_{xz}$  lze velmi snadno odvodit následující:



- napětí na libovolné rovině, obecně odkloněné o úhel  $\alpha$ :

$$\sigma_{n\alpha} = (\sigma_z + \sigma_x)/2 + r \cos(2\alpha_0 - 2\alpha)$$

$$r = \tau_{zx} / \sin 2\alpha_0$$

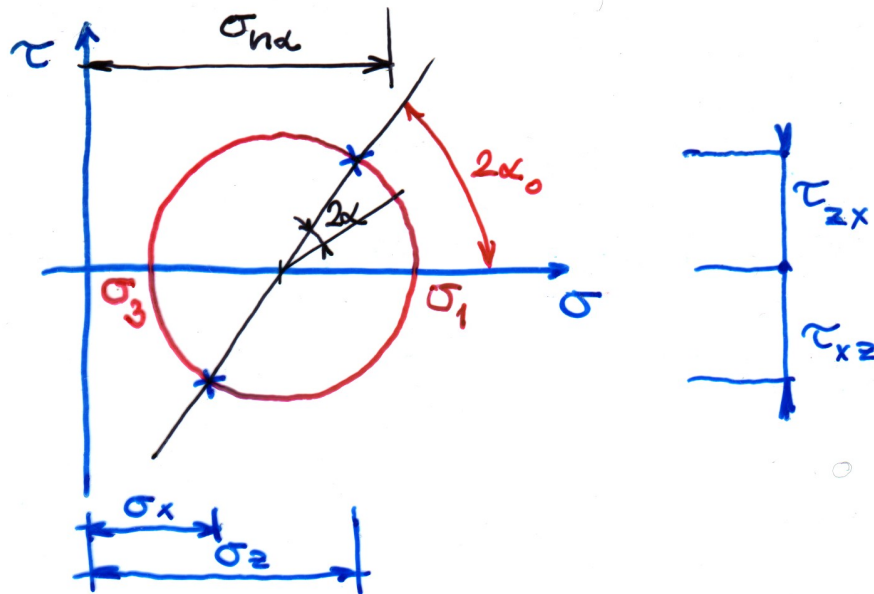
$$\tan 2\alpha_0 = \tau_{zx} / ((\sigma_z - \sigma_x)/2)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$$

$$\rightarrow \sigma_{n\alpha} \equiv \sigma_{\alpha} = (\sigma_z + \sigma_x)/2 + (\sigma_z - \sigma_x)/2 \times \cos 2\alpha + \tau_{zx} \sin 2\alpha \text{ (což je rovnice (1))}$$

# ANALÝZA NAPĚTÍ A PŘETVOŘENÍ V 2D

Ze známých hodnot  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$ ,  $\tau_{zx}$  a  $\tau_{xz}$  lze velmi snadno odvodit následující:



- napětí na libovolné rovině, obecně odkloněné o úhel  $\alpha$ :

$$\tau_{n\alpha} = r \sin(2\alpha_0 - 2\alpha)$$

$$r = \tau_{zx} / \sin 2\alpha_0$$

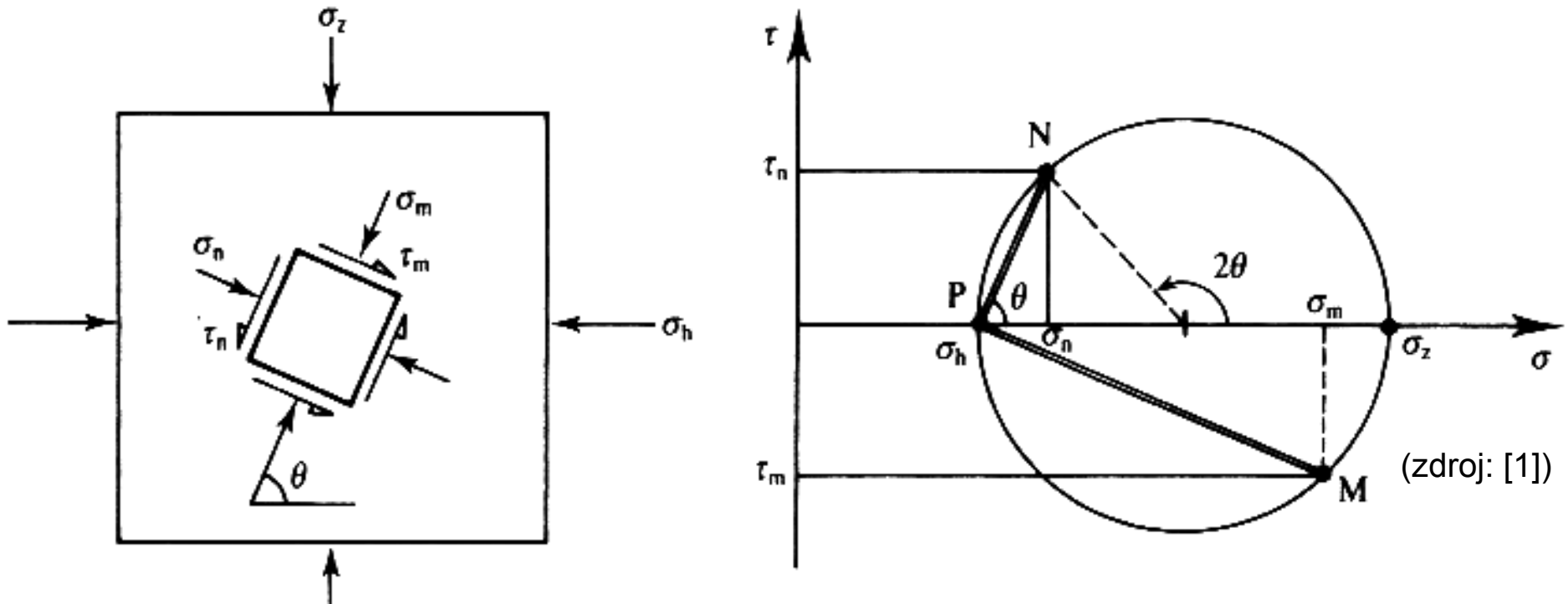
$$\tan 2\alpha_0 = \tau_{zx} / ((\sigma_z - \sigma_x) / 2)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$$

$$\rightarrow \tau_{n\alpha} \equiv \tau_\alpha = (\sigma_x - \sigma_z) / 2 \sin 2\alpha + \tau_{zx} \cos 2\alpha$$

(což je rovnice (2))

# ANALÝZA NAPĚTÍ A PŘETVOŘENÍ V 2D

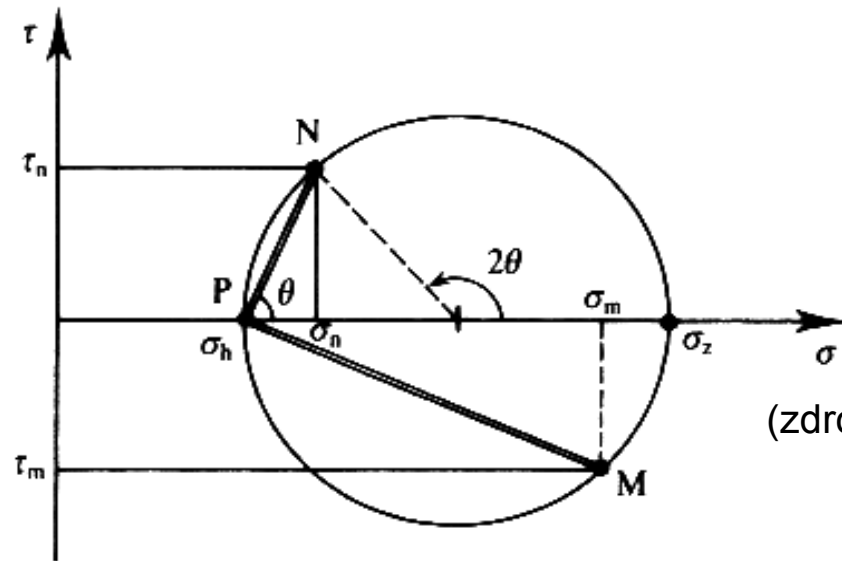
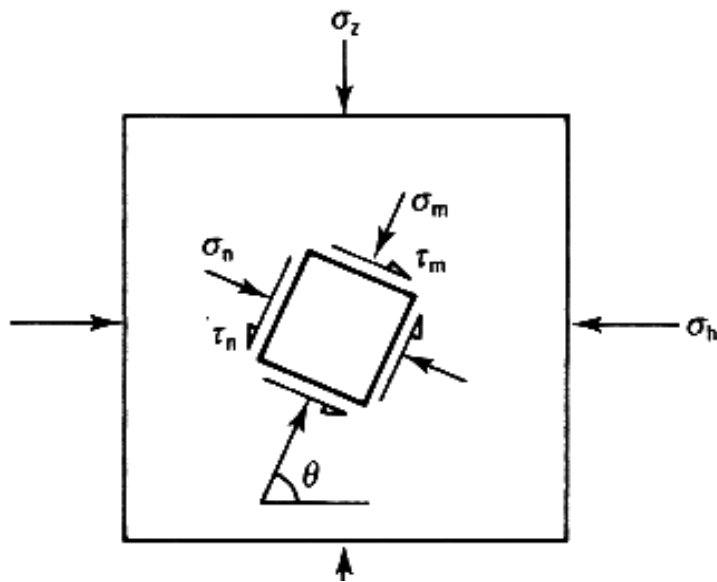


Z geometrie kružnice plyne existence tzv. pólu Mohrovy kružnice napětí:  
Pól rovin napětí: bod na Mohrově kružnici; pro všechna natočení (rotace KSS) platí:  
rovnoběžka s rovinou, na níž působí zvolené/hledané napětí, vedená pólem,  
protne Mohrovu kružnici v odpovídajícím bodě napětí (v bodě, jenž určuje  
velikost napětí na zvolené rovině).

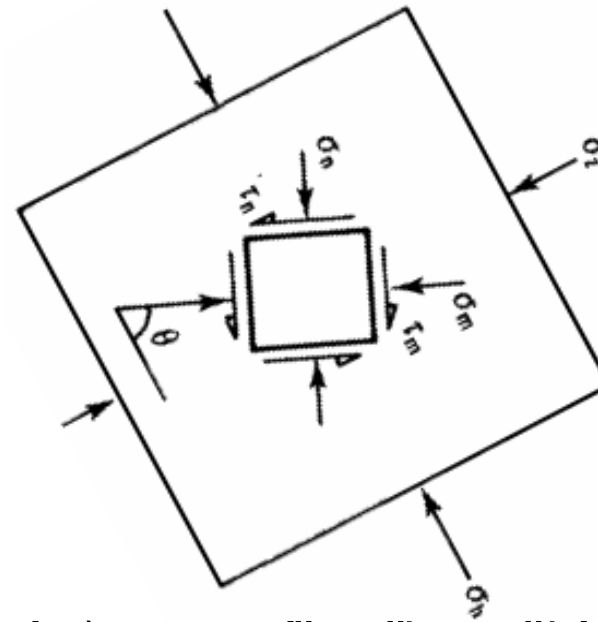
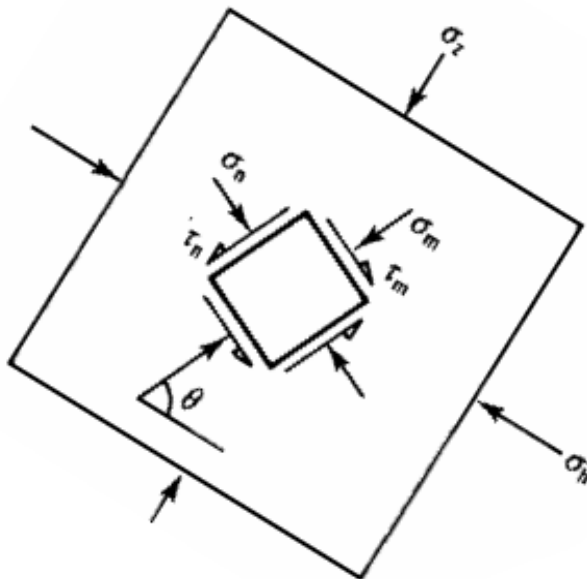
→ Postup pro určení napětí na libovolné rovině : 1. určím pól; 2. pólem rovnoběžku  
s rovinou, na níž hledám napětí – protne MK v hledaném bodě napětí.

Pól směrů napětí: rovnoběžky se směrem normálových napětí; duální k pólu rovin-  
oba póly leží na společném průměru ( ← Thaletova věta)

# ANALÝZA NAPĚTÍ A PŘETVOŘENÍ V 2D

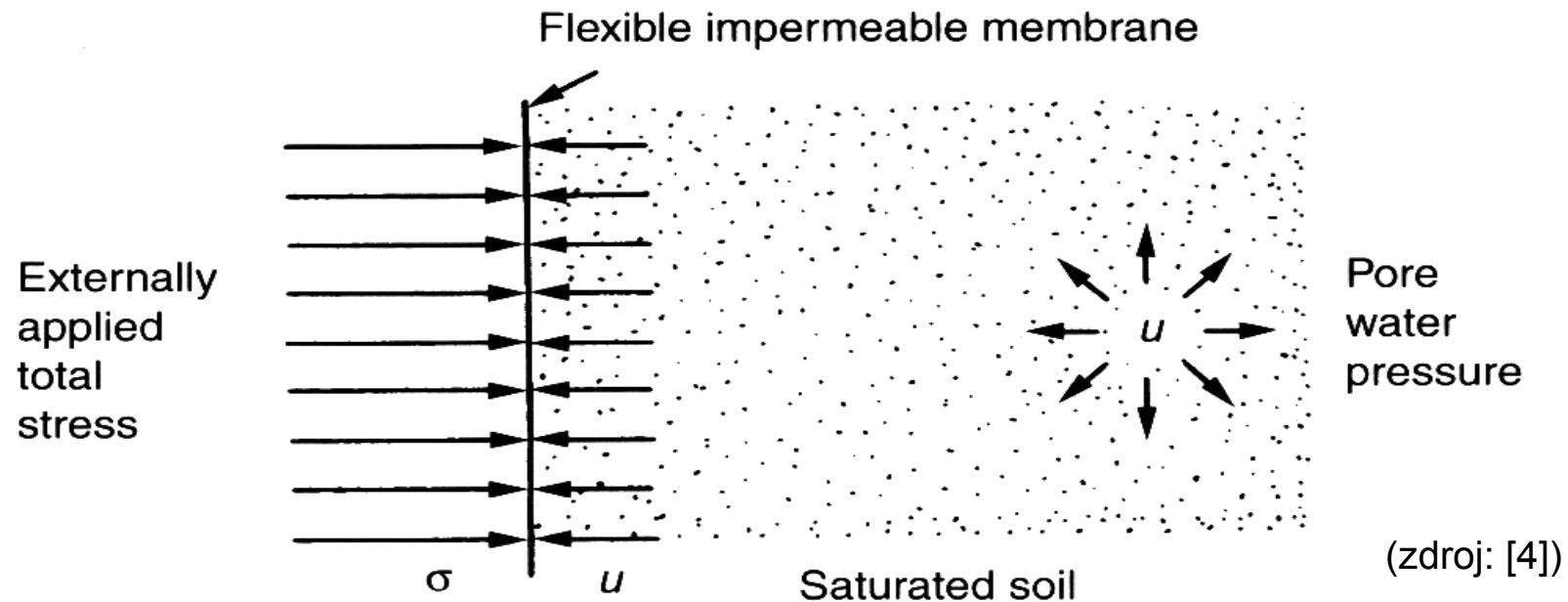


(zdroj: [1])



... uspořádáním obrázků (vzájemným natočením) na papíře při použití MK se poloha pólu mění; zobrazení úhlu odklonu roviny (=středový úhel...) nikoliv.

## PRINCIP EFEKTIVNÍCH NAPĚTÍ



→ ef napětí = napětí v pevné fázi „doplňující“ u ...

$$\rightarrow \sigma' = \sigma - u$$



## PRINCIP EFEKTIVNÍCH NAPĚTÍ

$$\sigma' = \sigma - u \quad (\text{nekorektní symbolický zápis, korektně tenzorově})$$

Terzaghi (1936):

„...napjatost v každém bodě libovolného řezu zeminou lze spočítat z totálního hlavního napětí  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ , které v tomto bodě působí. Jestliže póry zeminy jsou vyplněny vodou pod tlakem  $u$ , totální hlavní normálové napětí se skládá ze dvou částí. Jedna,  $u$ , působí ve vodě a na pevnou fázi všesměrně a stejnou intenzitou. Nazývá se neutrální napětí (nebo pórový tlak). Rozdíl  $\sigma_1' = \sigma_1 - u$ ,  $\sigma_2' = \sigma_2 - u$  a  $\sigma_3' = \sigma_3 - u$ , reprezentuje přebytek napětí nad ('excess over') neutrální napětí  $u$  a spočívá výlučně v pevné fázi zeminy ('has its seat')...

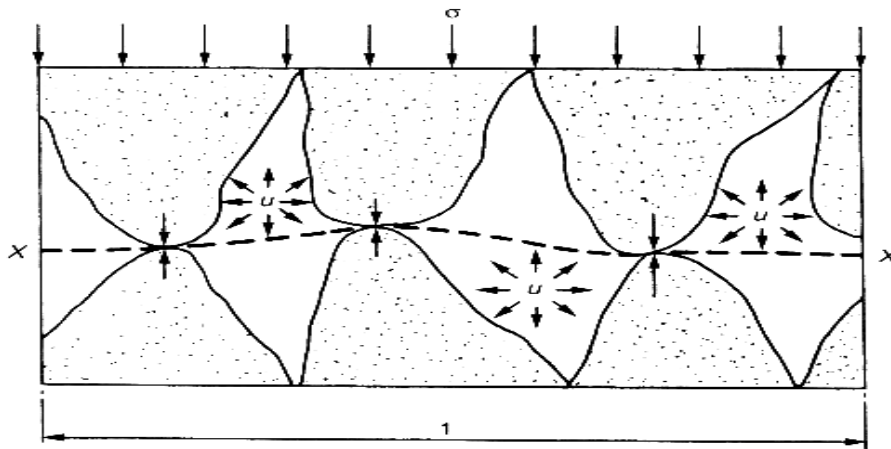
....změna  $u$  (...při  $\sigma' = \text{konst.}$ ...) způsobuje prakticky zanedbatelnou deformaci a nemá vliv na napjatost při porušení...porézní materiály jako písek, jíl a beton, reagují na změnu  $u$  jako by byly nestlačitelné...

....všechny měřitelné projevy změny napětí, např. stlačení, změna tvaru a změna smykového odporu jsou způsobeny výhradně změnou efektivního normálového napětí  $\sigma_1', \sigma_2', \sigma_3'$ . Každá analýza .... proto vyžaduje znalost totálního a neutrálního napětí.“

Předpoklady principu ef. napětí:  $S=1$ ; stlačitelnost skeletu (struktury složené ze zrn) je rozhodující pro deformaci zeminy; tj. vlastní zrna jsou považována za nestlačitelná.

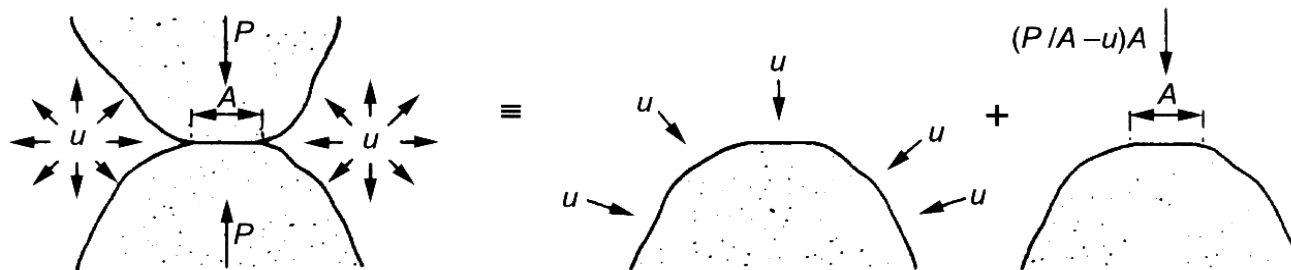
# NAPĚTÍ V PARTIKULÁRNÍ LÁTCE – EFEKTIVNÍ NAPĚTÍ

## EFEKTIVNÍ NAPĚTÍ



$P$  průměrná síla na kontaktu  
 $n$  počet kontaktů na řezu X-X  
 $\sigma_i = nP$  intergranulární síla na jednotkové ploše (intergranulární napětí)

(zdroj: [4])



zrna nestlačitelná; pouze přebytek napětí nad všesměrný tlak  $u$  způsobuje deformaci.

Sečtení přes všech  $n$  (stejných - průměrných) kontaktů:

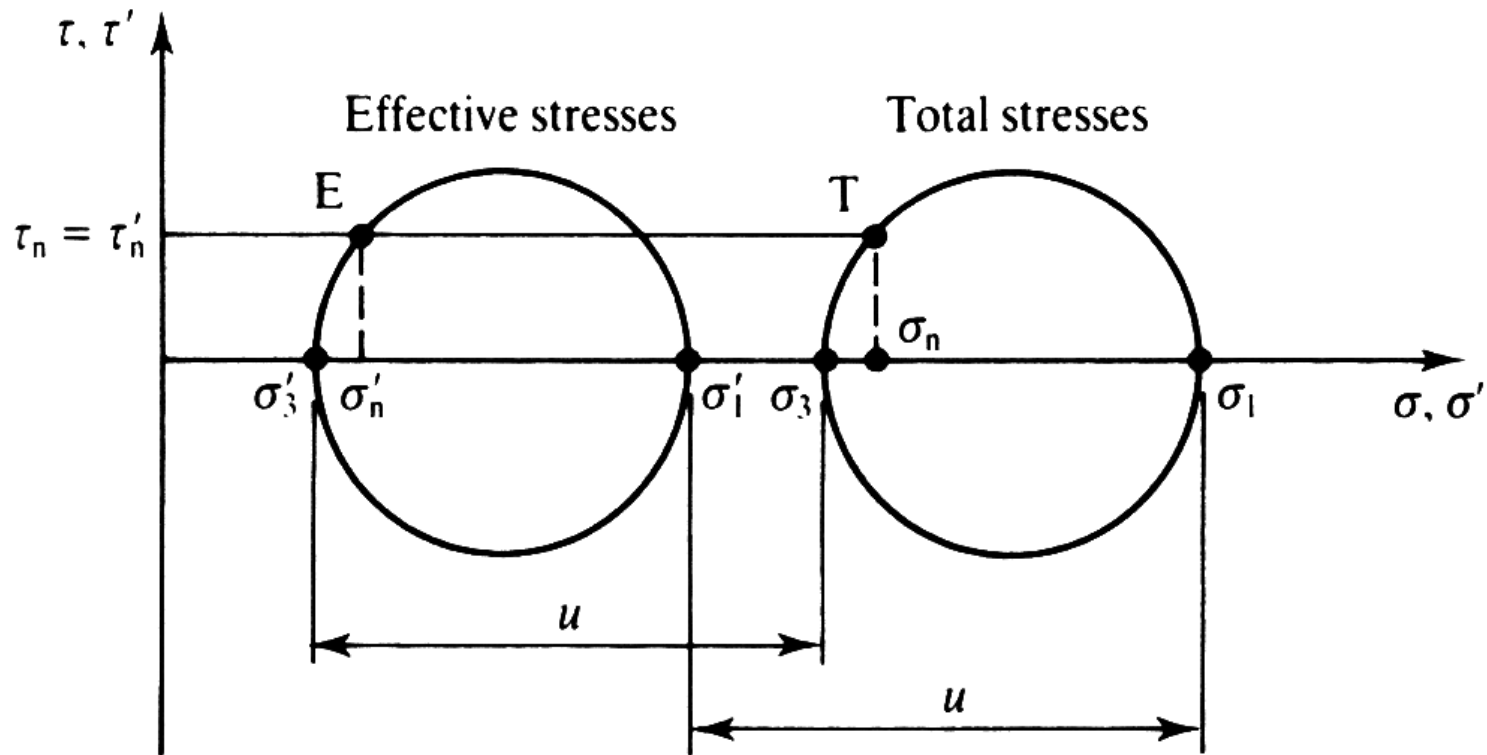
$$\sigma' = n ((P / A) - u) A = n P - u n A = \sigma_i - u n A$$

$$\sigma' \neq \sigma_i$$

Efektivní napětí NENÍ intergranulární napětí  
(Efektivní napětí je nižší než (průměrné) napětí mezi zrny.)

# NAPĚTÍ V PARTIKULÁRNÍ LÁTCE – EFEKTIVNÍ NAPĚTÍ

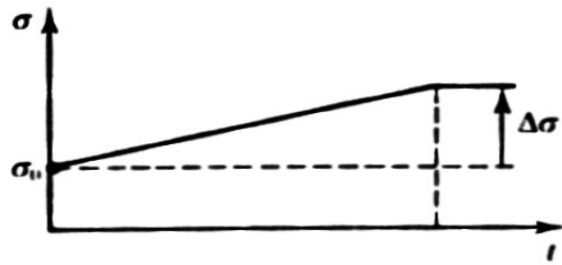
→ TOTÁLNÍ A EFEKTIVNÍ M.K.



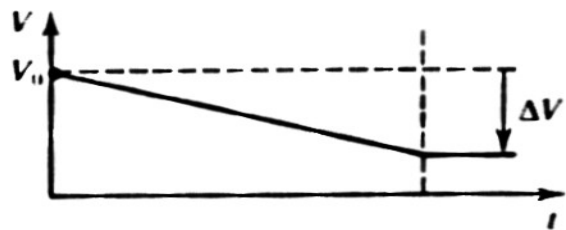
(zdroj: [1])

# NAPĚTÍ V PARTIKULÁRNÍ LÁTCE – EFEKTIVNÍ NAPĚTÍ

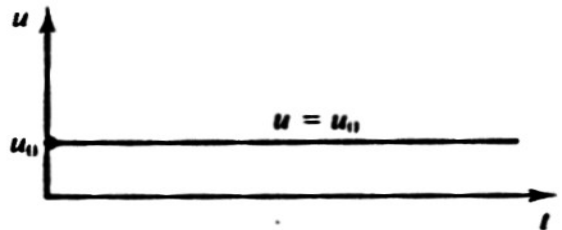
## ODVODNĚNÉ ZATÍŽENÍ



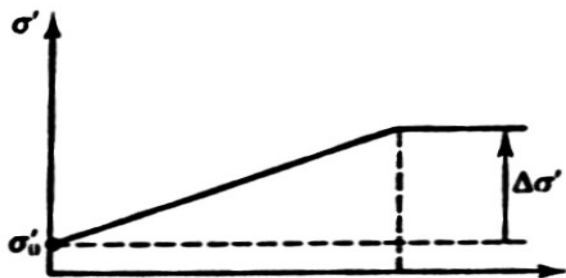
(a)



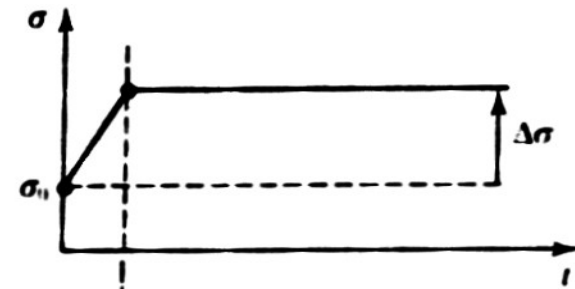
(b)



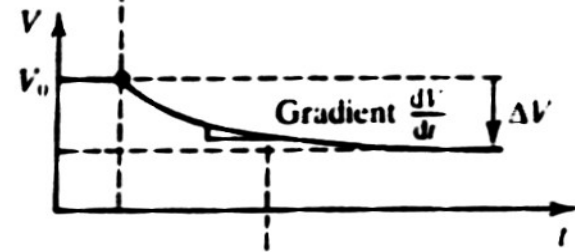
(c)



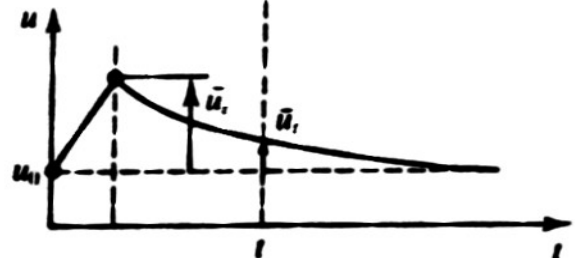
## NEODVODNĚNÉ ZATÍŽENÍ



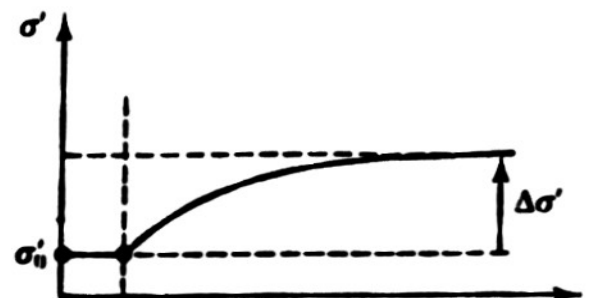
(a)



(b)



(c)



(zdroj: [1])

## ANALÝZA PŘETVOŘENÍ v 2D

1. Vztah mezi objemovým a normálovým (délkovým) přetvořením:

počáteční rozměr: index 0

konečný rozměr: index f

objemové:  $\varepsilon_V = - \Delta dV/dV_0 = - (dV_f - dV_0) / dV_0$

délkové přetvoření:  $\varepsilon_x = - \Delta dx/dx_0 = - (dx_f - dx_0) / dx_0 \rightarrow dx_f = (1 - \varepsilon_x) dx_0$

$$\varepsilon_V = - ((1 - \varepsilon_x) dx_0 (1 - \varepsilon_y) dy_0 (1 - \varepsilon_z) dz_0 - dx_0 dy_0 dz_0) / (dx_0 dy_0 dz_0)$$

$$= - (1 - \varepsilon_x)(1 - \varepsilon_y)(1 - \varepsilon_z) + 1$$

$$= - 1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + 1 + \text{násobky dvou a tří } \varepsilon \text{ (násobky vyššího řádu)...}$$

....pokud jsou  $\varepsilon$  malá, lze násobky zanedbat, tj:

$$\varepsilon_V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

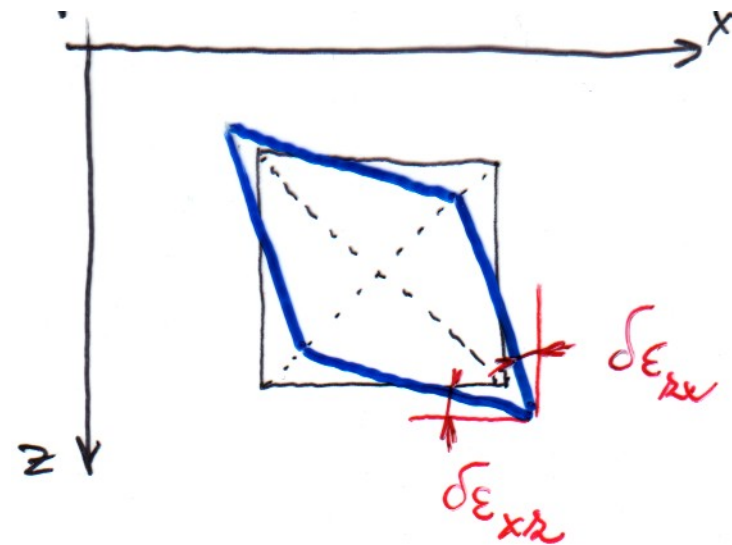
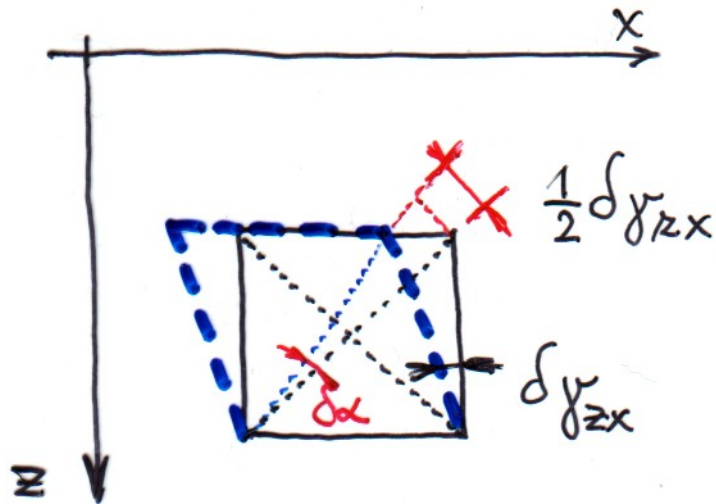
Pro malá přetvoření je objemové přetvoření součtem přetvoření délkových

## 2. Vlastní ANALÝZA PŘETVOŘENÍ v 2D

→ Mohrova kružnice přírůstků přetvoření

Rozdíly proti napětí:

1. neexistuje počáteční nulová hodnota přetvoření → vždy přírůstky přetvoření
2. délkové přetvoření obvykle kladné i záporné
3. definice smykového přetvoření – nestačí „zkosení pravých úhlů“



ad 3. „čisté“ smykové přetvoření (bez posunu těžiště):  $\delta\epsilon_{xz} = \delta\epsilon_{zx} = \frac{1}{2} \delta\gamma_{zx}$

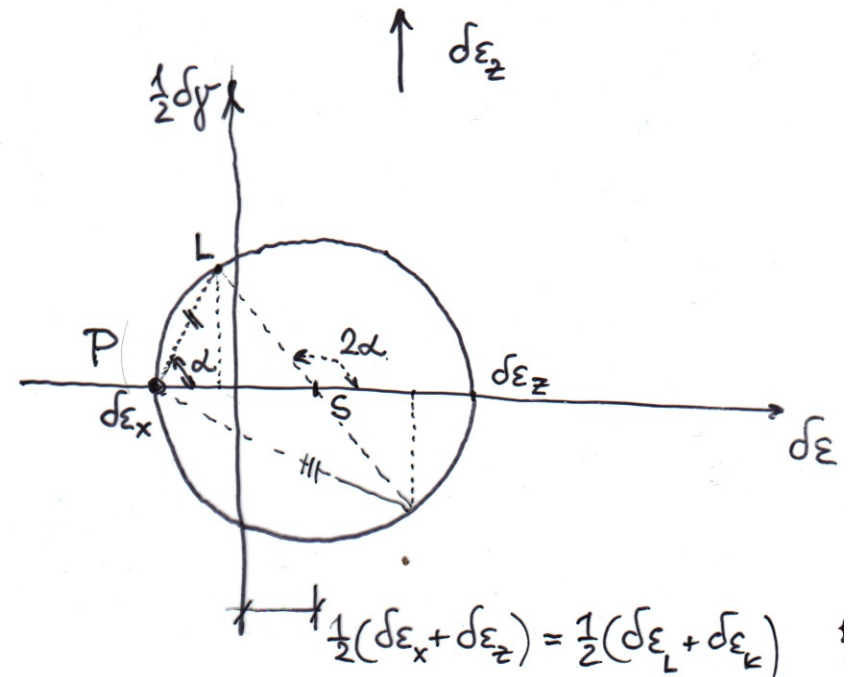
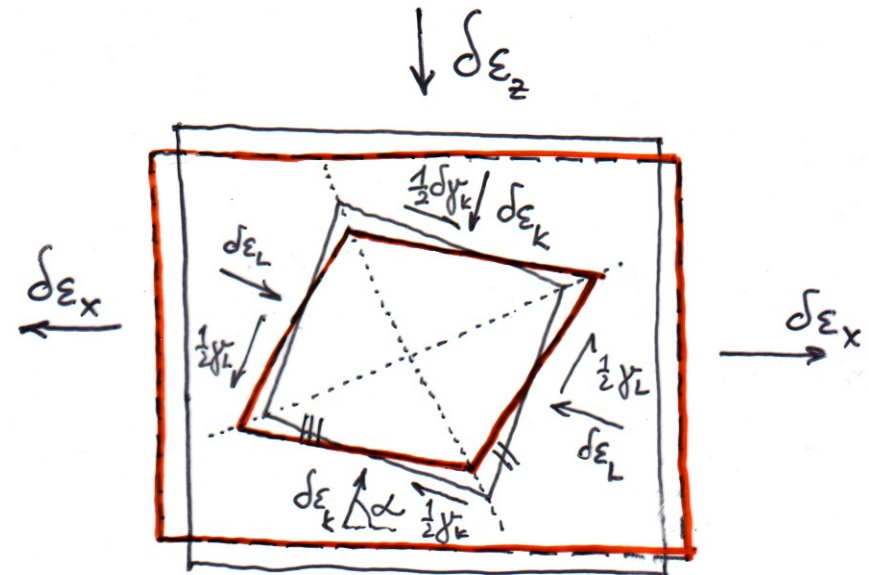
## ANALÝZA PŘETVOŘENÍ v 2D

Z M.K. přírůstků přetvoření plyne:

1.  $\delta\varepsilon_v = 2 \times$  vzdálenost středu M.K. od počátku

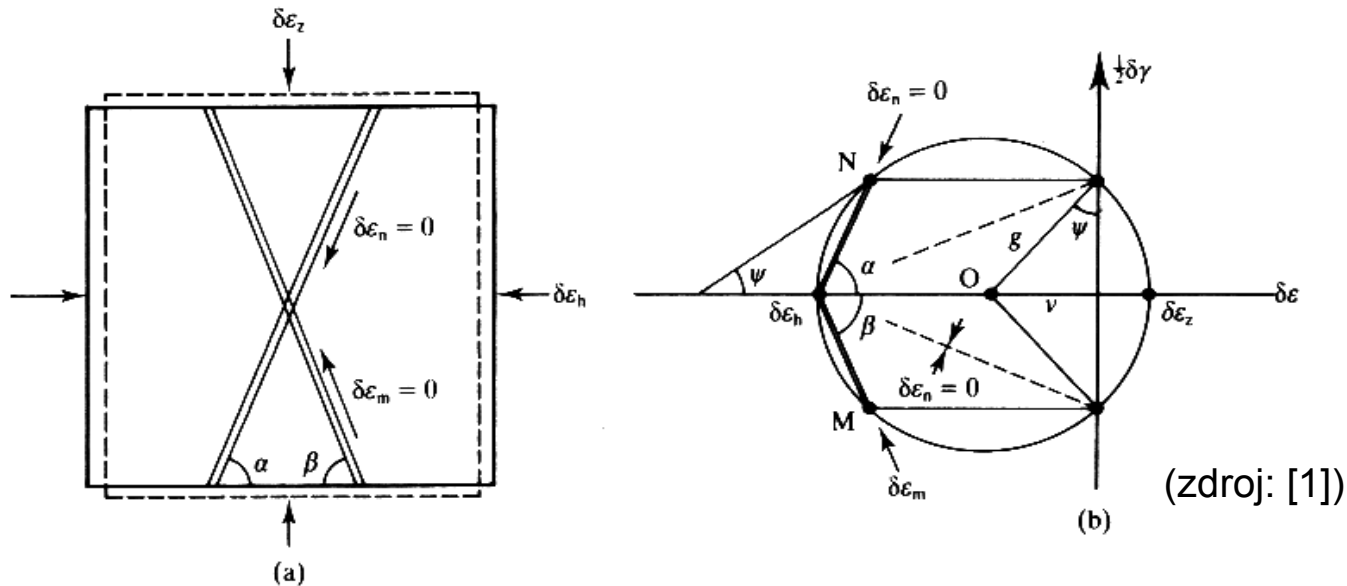
na obrázku je M.K. pro kladné  $\varepsilon_v$  při smyku (kontraktanci, zápornou dilatanci)

2. existence 2 směrů (rovin) v nichž (leží) normálové přetvoření  $\delta\varepsilon = 0$ , tj. kde působí jen smyková přetvoření, tzv. roviny nulového protažení  $\equiv$  smykové zóny (plochy skluzu)



## ANALÝZA PŘETVOŘENÍ v 2D

roviny nulového protažení (plochy skluzu), úhel dilatance



definice úhlu dilatance ( $\psi > 0$  pro zvětšování objemu)

$$\sin \psi = - (v / g) = - (\delta \epsilon_z + \delta \epsilon_h) / (\delta \epsilon_z - \delta \epsilon_h), \text{ nebo}$$

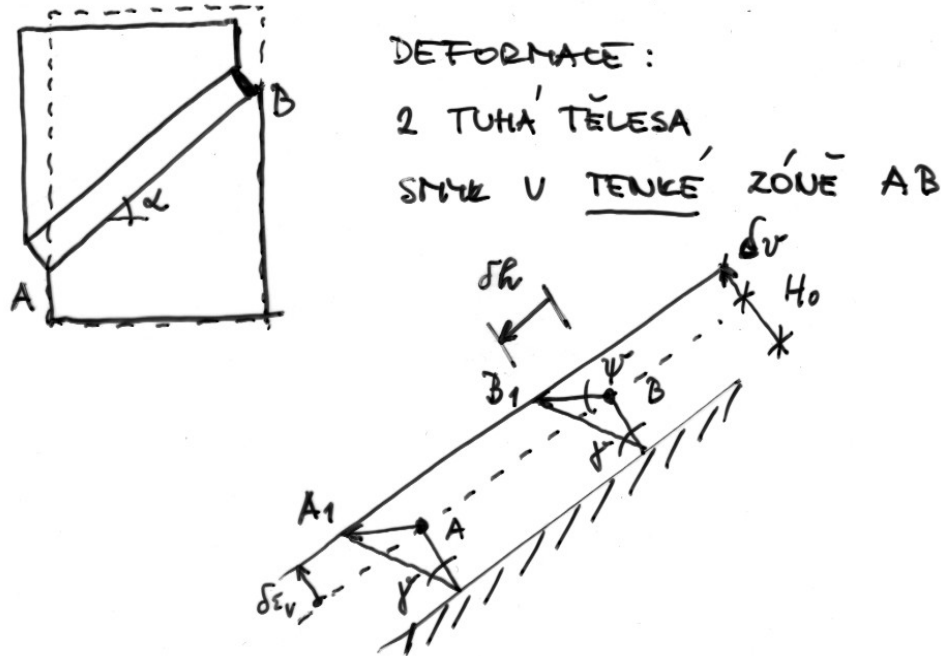
$$\tan \psi = - \delta \epsilon_v / \delta \gamma$$

směry nulových protažení (smykových zón)

$$\psi + (180^\circ - 2\alpha) + 90^\circ = 180^\circ \rightarrow \alpha = \beta = 45^\circ + 1/2\psi$$



## PLOCHY SKLUZU – SMYKOVÉ PLOCHY



$AB = \text{konst.}$  (TUHÝ MATERIÁL)

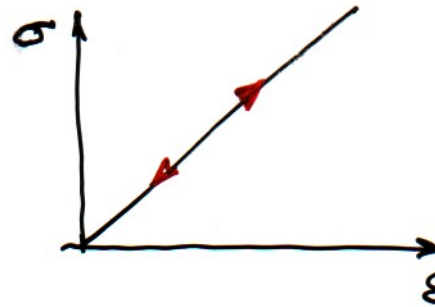
TJ. NULOVÉ PROTAŽENÍ



$$\alpha = 45^\circ + \frac{1}{2}\psi$$

Pohyb  $A \rightarrow A_1$  a  $B \rightarrow B_1$  je odkloněn o  $\psi$  od směru smykové zóny  $\alpha$

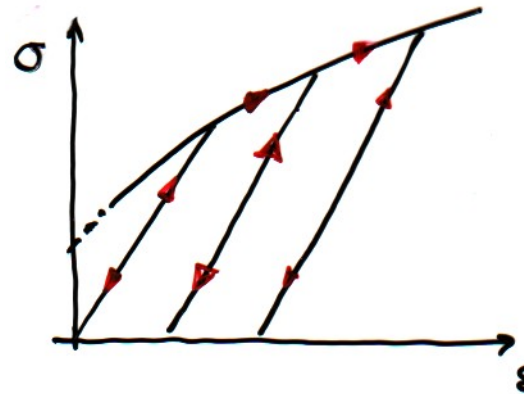
ELASTICITA



vratná přetvoření  
ne/lineární pružnost

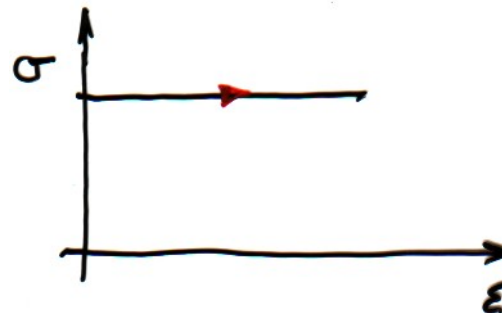
PLASTICITA

ELASTOPLASTICITA



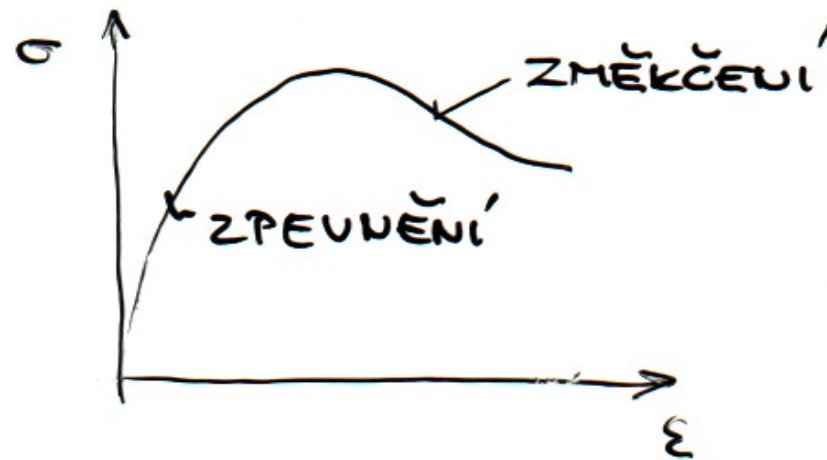
„zplastizování“  
nevratná přetvoření  
(plastická)

DOKONALÁ PLASTICITA



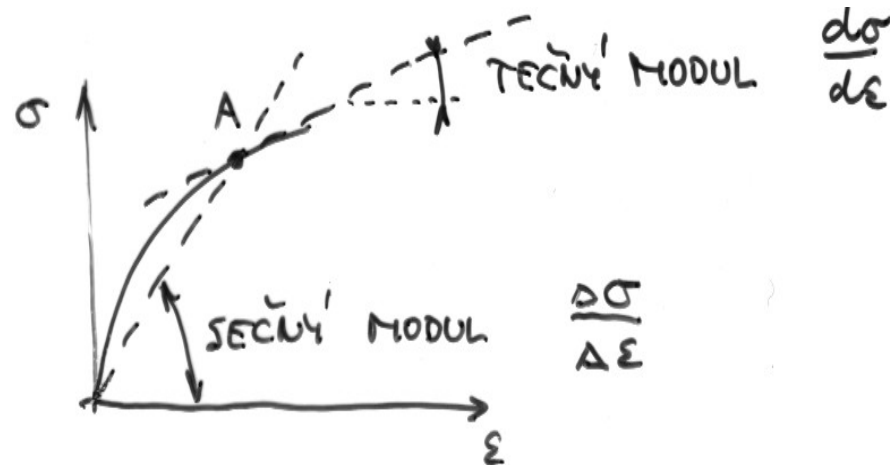
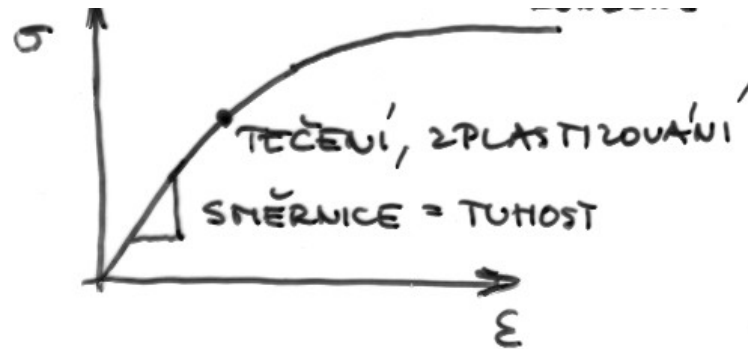
„tečení“

## ZPEVNĚNÍ - ZMĚKČENÍ



# ZÁKLADY CHOVÁNÍ MATERIÁLŮ

MODULY = TUHOSTI

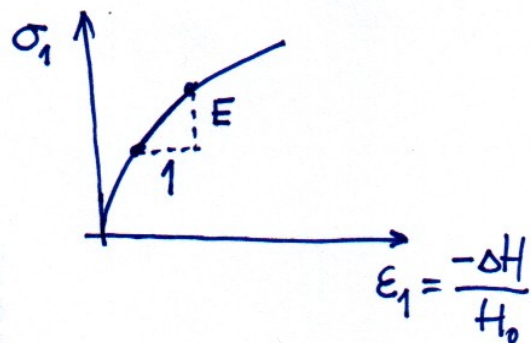
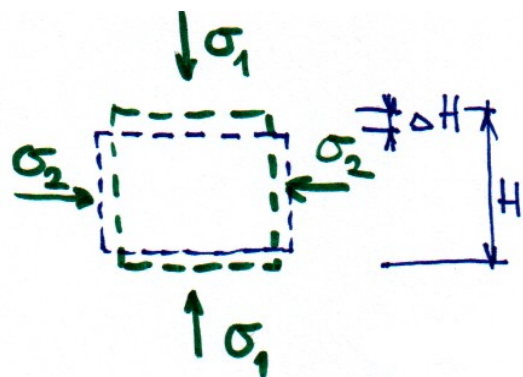


# ZÁKLADY CHOVÁNÍ MATERIÁLŮ

## MODULY = TUHOSTI

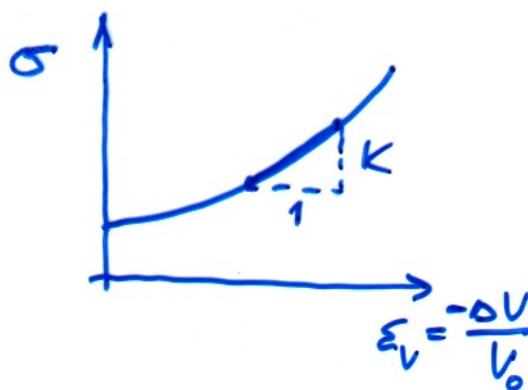
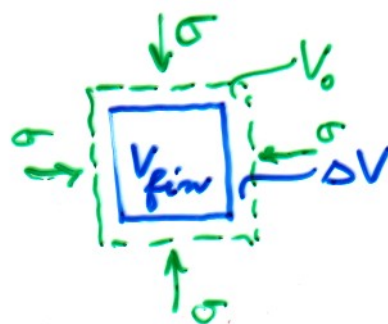
Youngův

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \text{konst}$$

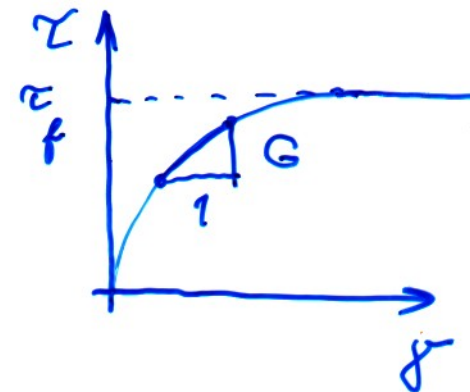
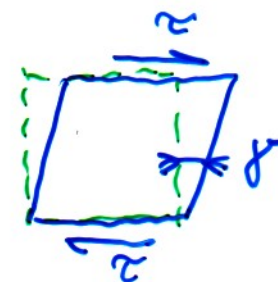


objemový

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 (= \sigma = p)$$



smykový



## Poissonovo číslo

Přetvoření při jednoosém přírůstku napětí:

Poissonovo číslo:  $- \nu = \varepsilon_{\text{příčné}} / \varepsilon_{\text{směr přitěžování}} \quad (\equiv -\mu)$

Poissonova konstanta:  $m = 1 / \nu$

Nestlačitelná látka při jednoosém přitěžování (např.  $\Delta\sigma_x \neq 0$ ):

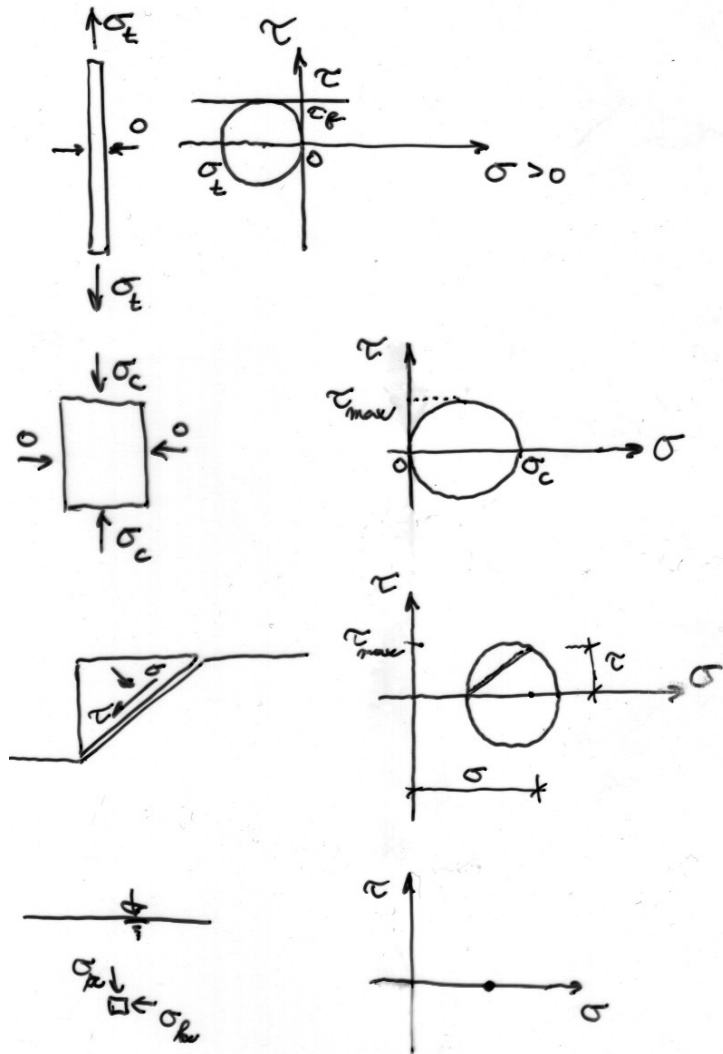
$$\varepsilon_v = 0$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_x (1 - 2\nu) = 0$$

$$\nu = 0,5$$

→ vodou nasycená zemina při neodvodněném zatížení má  $\nu = 0,5$   
(za předpokladu malých deformací)

## PEVNOST



„v tahu“

„v tlaku“

„ve smyku“

pevnost vody

...pevnost  $\approx$  největší Mohrova kružnice

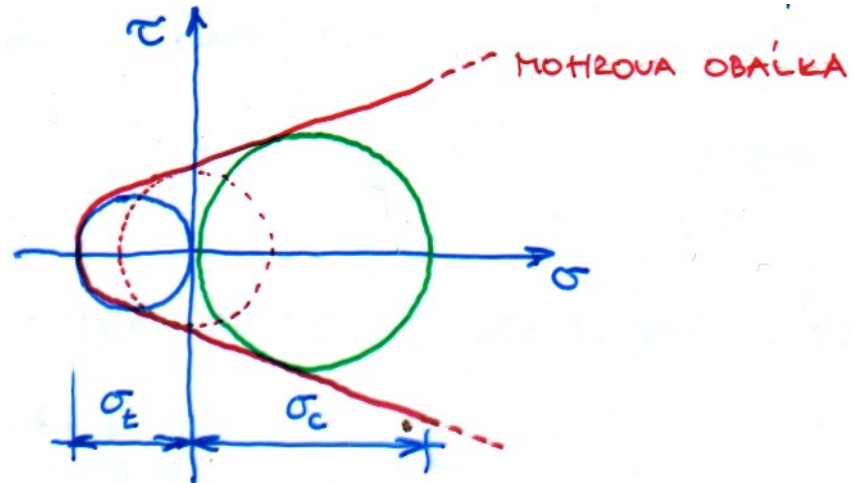
## PEVNOST – KRITÉRIA PORUŠENÍ

Coulomb (1776) navrhl zákon pro pevnost (kritérium porušení) pro zdivo a zeminy:  $S = c A + 1/n N$  ( $S$ =smyková síla (při porušení);  $c$ =soudržnost;  $A$  plocha smyku;  $N$ = normálová síla;  $1/n$ =koeficient tření);  
tj. navrhl kritérium porušení ve smyku (porušení dosažením příliš velkého smykového napětí).

Dnešní zápis Coulombova vztahu:  $\tau_{\max} = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi$

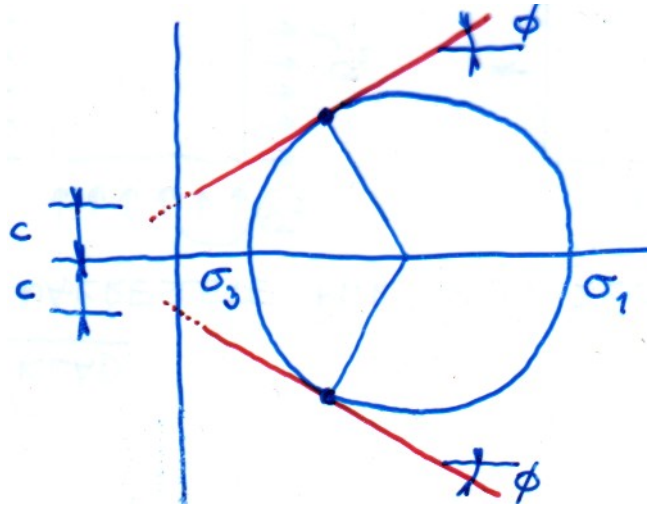
Poté - 19. století – se ujalo Saint Vénantovo kritérium: porušení při  $\varepsilon \geq \varepsilon_{\max}$

Mohr navrhl kritérium  $\tau_{\max}$  - spojil svoji koncepci obálky (maximálních) kružnic napětí s Coulombovým kritériem



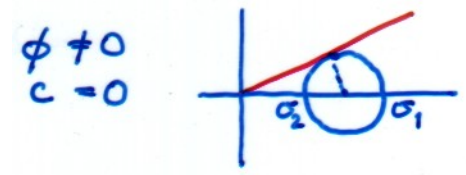


## PEVNOST - MOHR-COULOMBOVO kritérium porušení



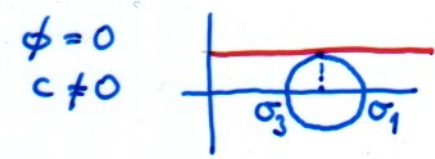
$$\tau_{\max} = c + \sigma \operatorname{tg} \phi$$

efektivní napětí:  $\tau_{\max} = c' + \sigma' \operatorname{tg} \phi'$

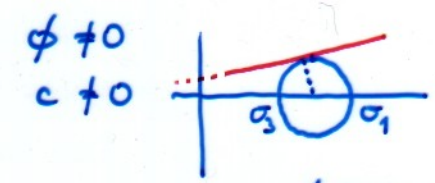


$$\sin \phi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$



$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2c$$



$$\sin \phi = \frac{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)}{\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + c \operatorname{ctg} \phi}$$

Popis, stav, klasifikace...již známe postupy

Pro parametry → POLNÍ A LABORATORNÍ ZKOUŠKY

Požadavky:

měření a ovládání totálních a pórových napětí (→  $\sigma'$ )

regulace drenáže (modelování drénované vs nedrénované události)

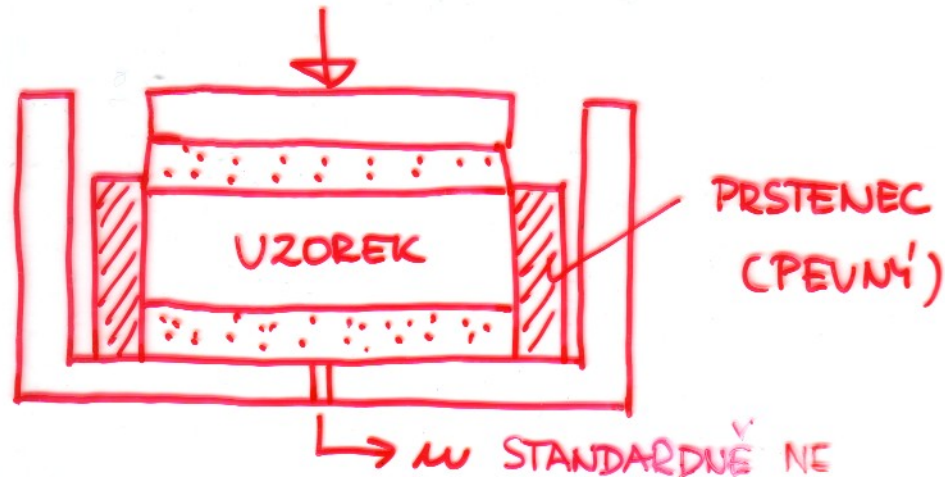
přesnost měření: pro pevnost – relativně velká přetvoření (posuny) vs pro moduly relativně malá přetvoření (posuny)

znalost Mohrovy kružnice (pro interpretaci zkoušky)

polní zkoušky – problém s  $\sigma'$  a s interpretací

laboratoř - problém s kvalitou vzorků

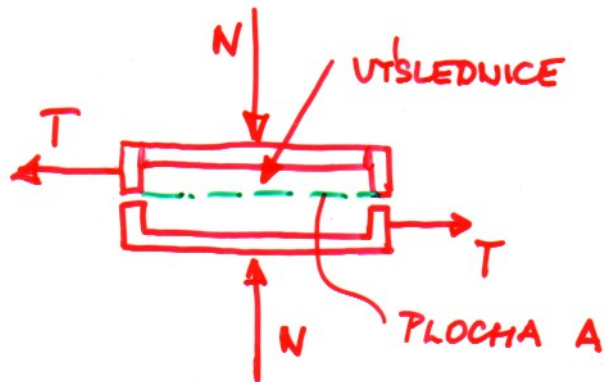
## Jednoosé stlačení – oedometr



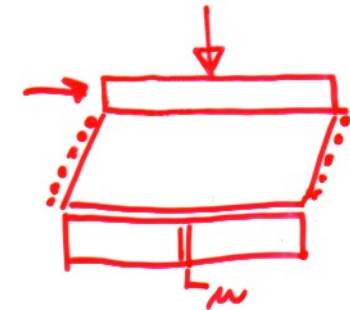
běžný postup – neodvodněné zatížení ve stupních, čekat na disipaci pórových tlaků od zatížení → efektivní napětí

# URČOVÁNÍ MECHANICKÝCH PARAMETRŮ V MECHANICE ZEMIN

Pevnost– krabicový přístroj – různé modifikace - vždy přímé měření smykové síly



translační



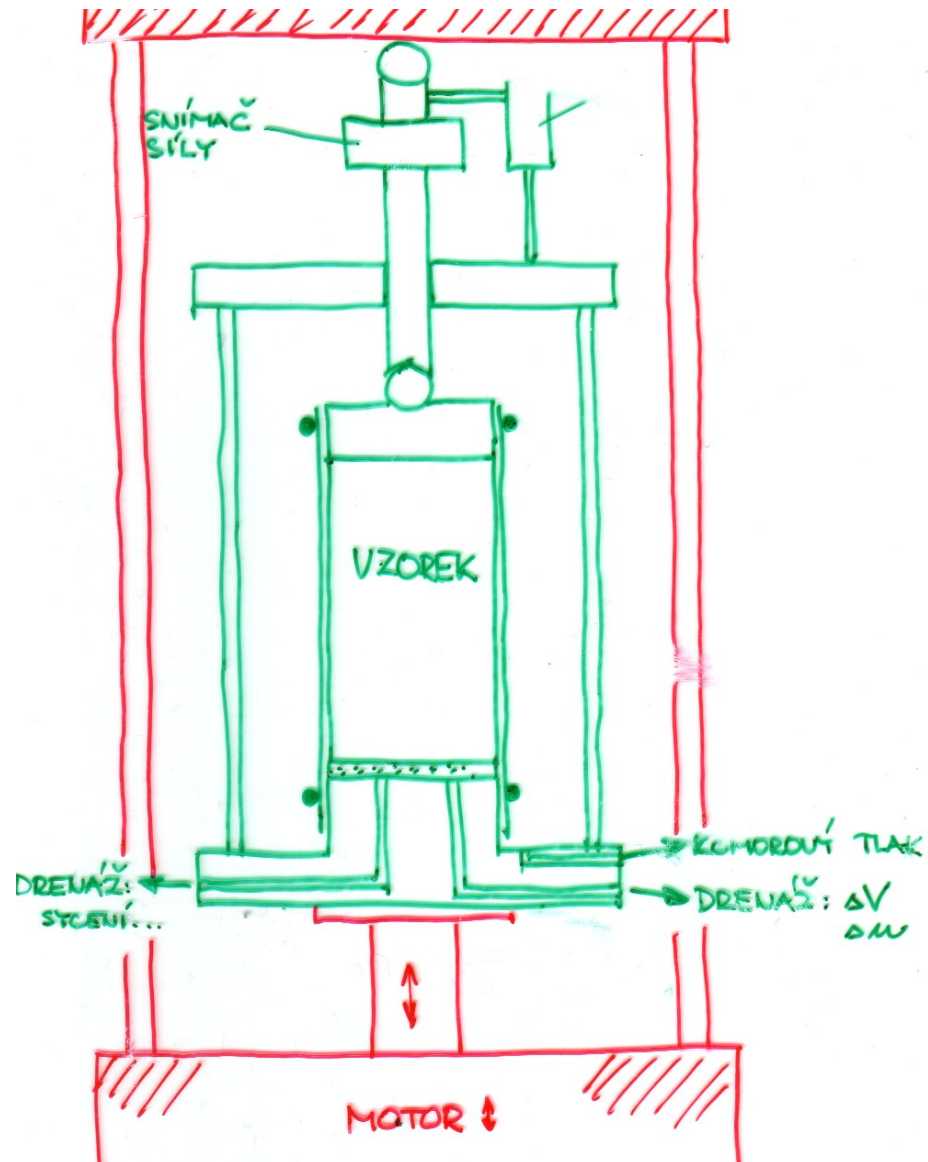
(prostý smyk)



rotační (torzní)

# URČOVÁNÍ MECHANICKÝCH PARAMETRŮ V MECHANICE ZEMIN

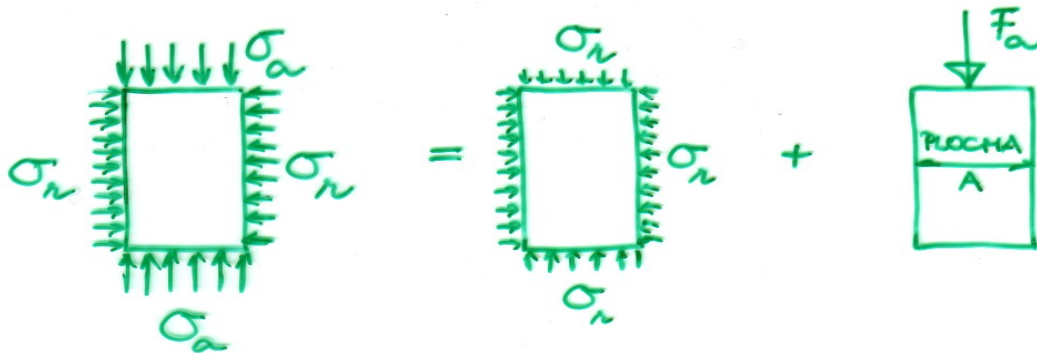
Pevnost i tuhost (moduly, přetvárnost) – trojosý přístroj



# URČOVÁNÍ MECHANICKÝCH PARAMETRŮ V MECHANICE ZEMIN

Trojosý (triaxiální) přístroj

Standardní zkouška - „tlaková“ trojosá zk.:

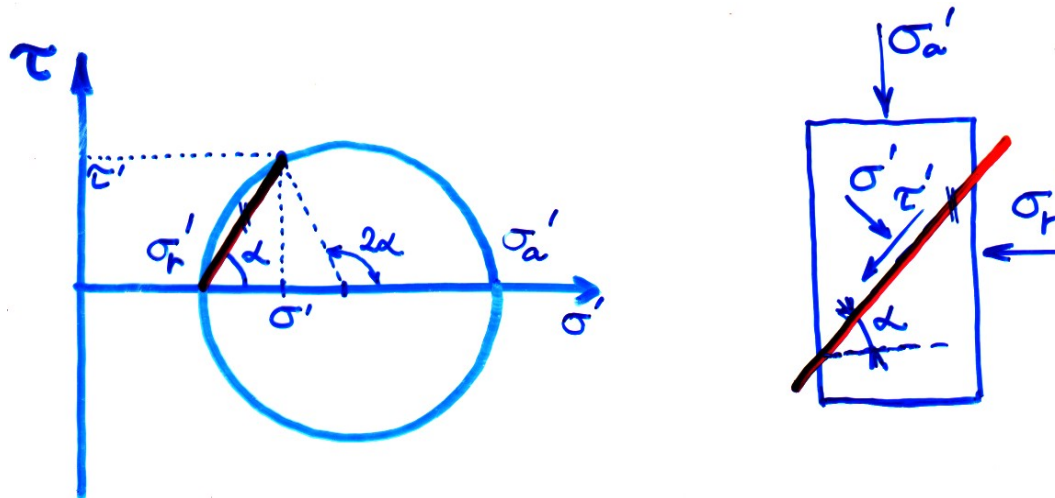


$$\sigma_a = \sigma_r + F_a / A$$

$$F_a / A = \sigma_a - \sigma_r = \sigma_a' - \sigma_r' = q$$

(deviátorové napětí)

Napjatost ve vzorku pomocí MK:



## Invarianty napětí a přetvoření pro mechaniku zemin

Korektní z hlediska mechaniky:

$$p = 1/3(\sigma_a + 2\sigma_r) \quad p' = 1/3(\sigma_a' + 2\sigma_r') = p - u$$

$$q = \sigma_a - \sigma_r \quad q' \equiv q$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r$$

$$\varepsilon_s = 2/3(\varepsilon_a - \varepsilon_r)$$

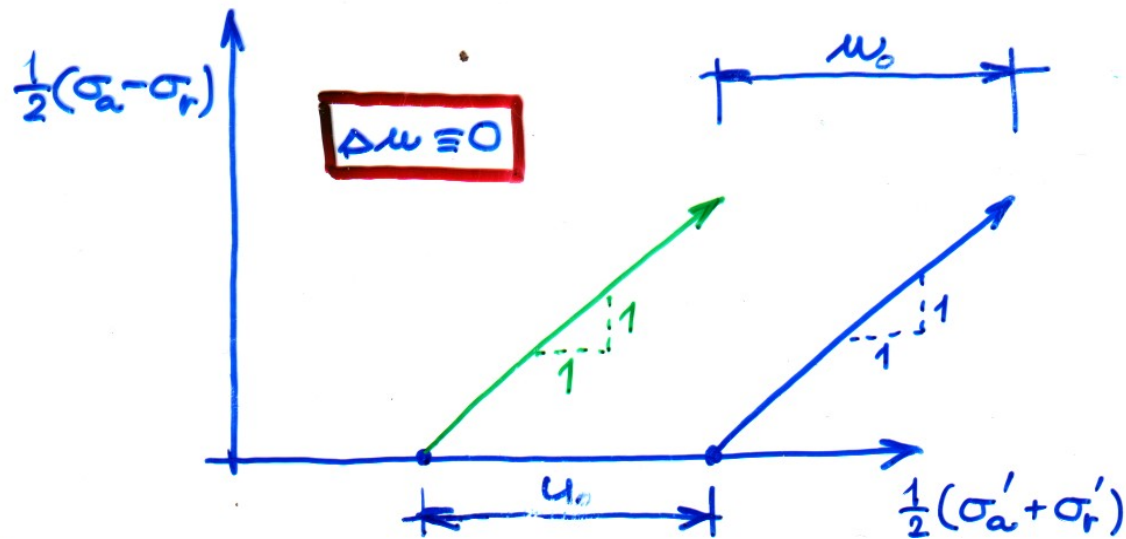
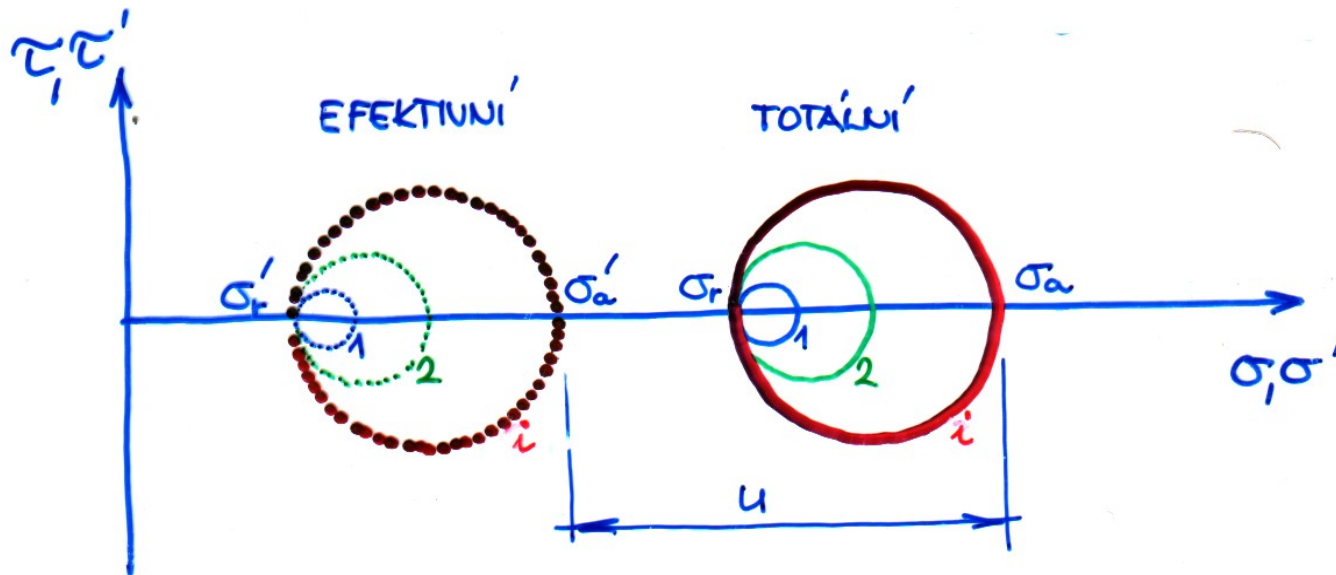
Ne zcela korektní... ale často používané:

$$s = 1/2(\sigma_a + \sigma_r) \quad s' = 1/2(\sigma_a' + \sigma_r') = s - u$$

$$t = 1/2(\sigma_a - \sigma_r) \quad t' \equiv t$$

# URČOVÁNÍ MECHANICKÝCH PARAMETRŮ V MECHANICE ZEMIN

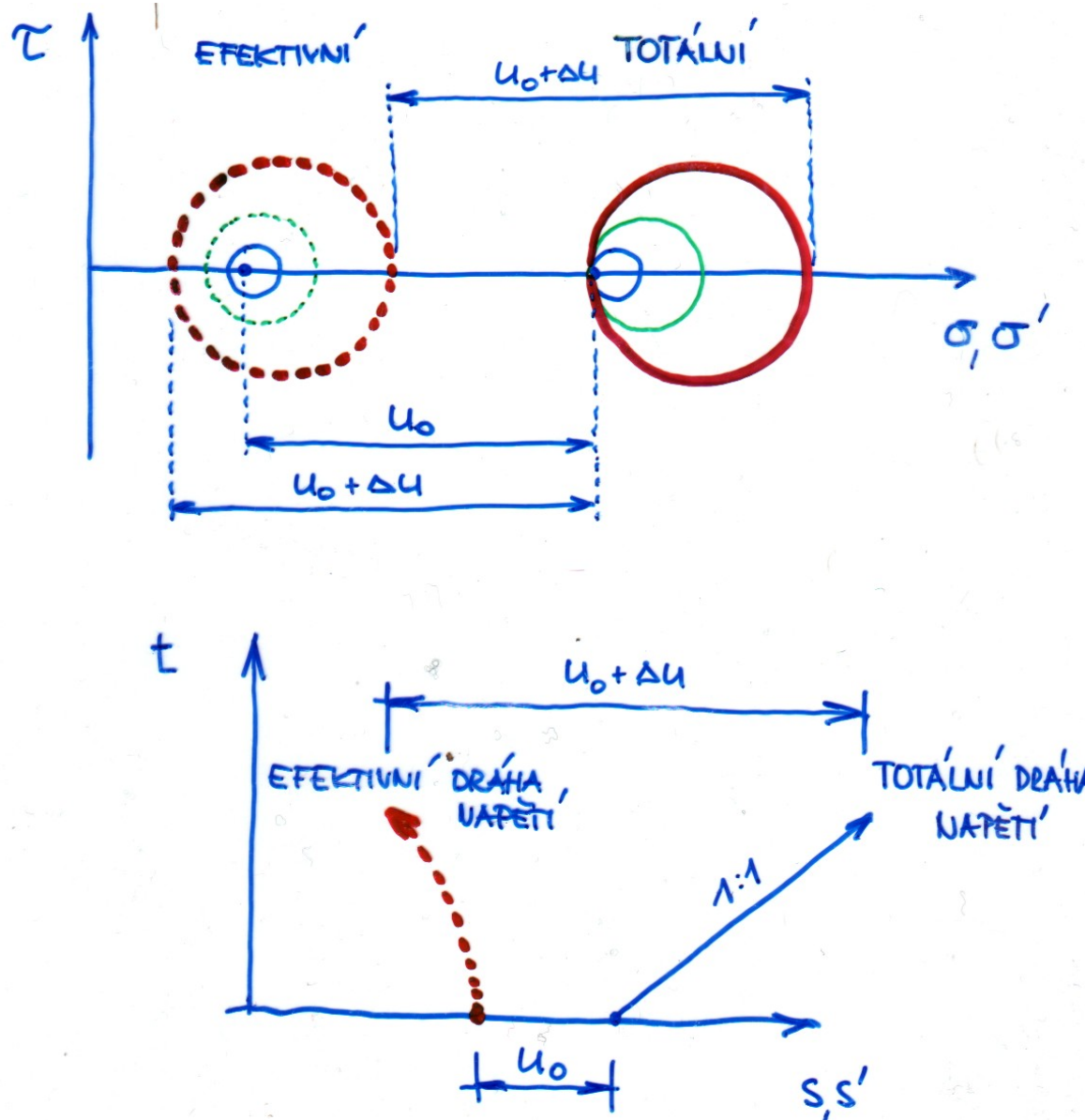
Standardní „tlaková“ drénovaná trojosá zk.: Mohrovy kružnice + dráha napětí





# URČOVÁNÍ MECHANICKÝCH PARAMETRŮ V MECHANICE ZEMIN

Standardní „tlaková“ nedrénovaná trojosá zk.: Mohrovy kružnice + dráha napětí

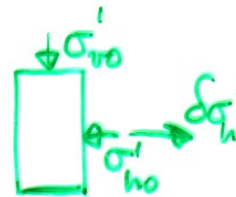
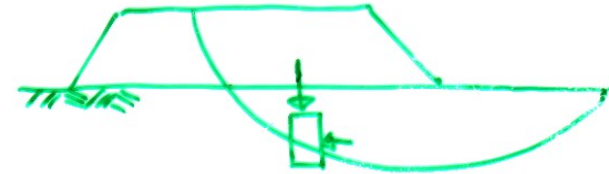


# URČOVÁNÍ MECHANICKÝCH PARAMETRŮ V MECHANICE ZEMIN

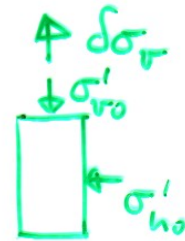
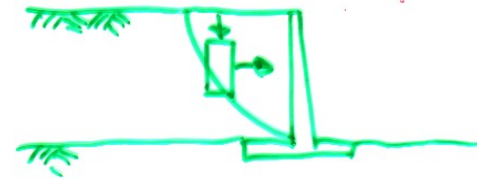
Dráhy napětí  
pro mechaniku zemin



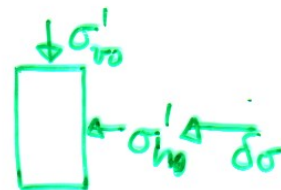
OSOVÉ  
PŘITÍŽENÍ



BOČNÍ  
ODLEHČENÍ



OSOVÉ  
ODLEHČENÍ

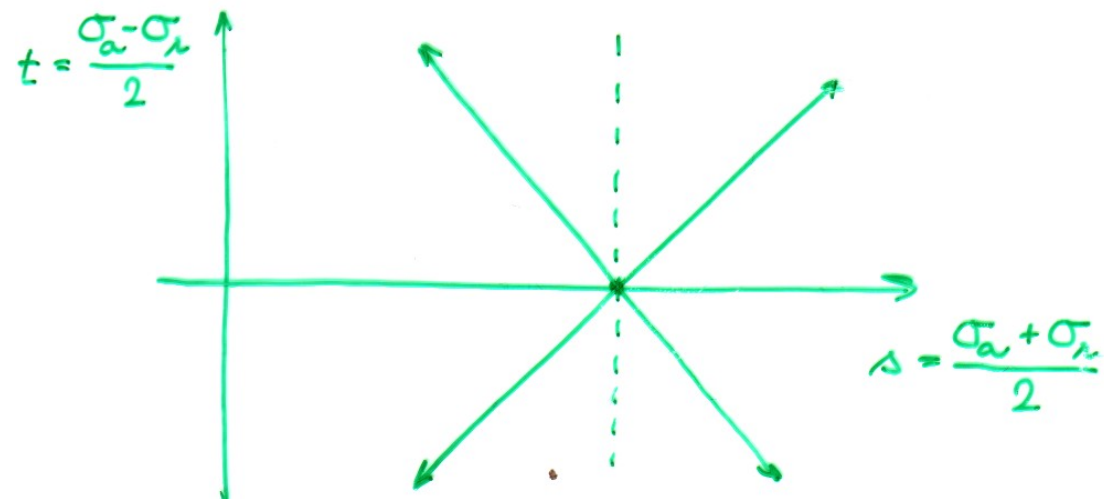
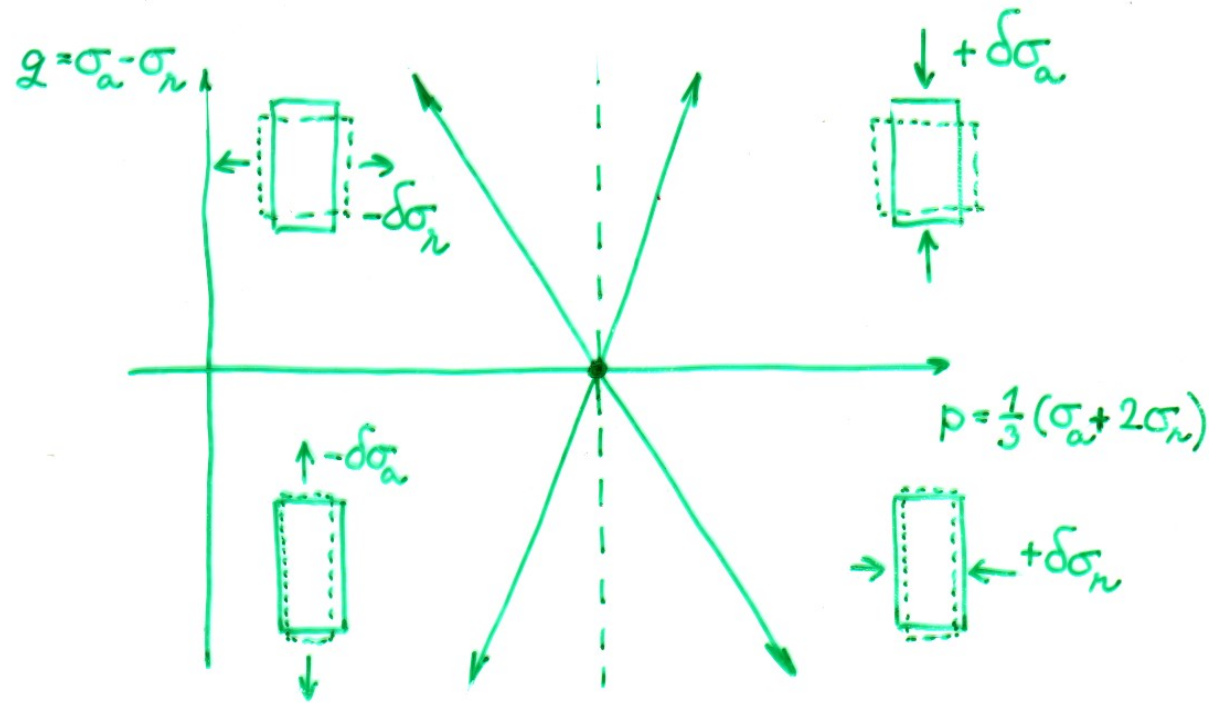


BOČNÍ  
STLAČENÍ



# URČOVÁNÍ MECHANICKÝCH PARAMETRŮ V MECHANICE ZEMIN

Dráhy napětí  
pro mechaniku zemin



- [1] Atkinson, J.H. (2007) The mechanics of soils and foundations. 2<sup>nd</sup> ed. Taylor & Francis.
- [2] Parry, R.H.G. (1995) Mohr circles, stress paths and geotechnics. Spon, ISBN 0419192905.
- [3] Hudson, J.A. and Harrison, J.P. (1997) Engineering rock mechanics. An introduction to the principles, Pergamon.
- [4] Simons, N. et al. (2001) Soil and rock slope engineering. Thomas Telford, ISBN 0727728717.

## Základní

<http://natur.cuni.cz/~bohac/>

Atkinson, J.H. (2007) The mechanics of soils and foundations. 2<sup>nd</sup> ed. Taylor & Francis (v knihovně geologické sekce je několik exemplářů)

## Doporučená rozšiřující literatura (omezeně dostupná na oddělení IG)

Feda, J. (1977) Základy mechaniky partikulárních látek. Academia, Praha. (Případně anglická verze: Feda, J. (1982) Mechanics of particulate materials, Academia-Elsevier.)

Mitchell, J.K. and Soga, K (2005) Fundamentals of soil behaviour. J Wiley. (Případně starší vydání, bez druhého autora: 1973; 1993.)

Wood, D.M. (1990) Soil behaviour and critical state soil mechanics. Cambridge Univ.Press.

Bolton, M. (1979) A guide to soil mechanics. Macmillan Press, ISBN 0-33318931-0.

Craig, R.F. (2004; existují různá vydání, první 1974) Soil mechanics. Spon Press.

Holtz, R.D. and Kovacs, E.D. (1981) An introduction to geotechnical engineering, Prentice-Hall, ISBN 0-13-484394-0

Atkinson, J.H and Bransby, P.L. (1978) The mechanics of soils. McGraw-Hill, ISBN 0-07-084077-2.

## Částečně lze použít:

Myslivec, A., Eichler, J. a Jesenák, J. (1970) Mechanika zemin. SNTL, Praha.

Šimek, J. et al. (1990) Mechanika zemin (1990). SNTL, Praha.

Vaníček, I. (2000; existují různá vydání) Mechanika zemin, skriptum FSv ČVUT