
Mechanika zemin I

3 – Voda v zemině

1. Vliv vody na zeminy; kapilarita, bobtnání...
2. Proudění vody
3. Měření hydraulické vodivosti
4. Efektivní napětí

DRUHY VODY

Gravitační

kapilární

volná

Vázaná – k minerálním povrchům elektromolekulárními silami

adsorbovaná – vazba na vnitřní vrstvy difuzního obalu

osmotická - „slabě“ vázaná

Vodní pára

Strukturní voda – součást minerálů

Smršťování

$$w > w_s$$

zemina je nasycená, platí princip ef. napětí ($u < 0$)

$$h_c = 50 \text{ m} \rightarrow u = -500 \text{ kPa} \rightarrow \sigma' = 500 \text{ kPa} + \sigma$$

Bobtnání

mineralogické

nenasycená zemina

odlehčení

Rozpad zeminy ve vodě

eliminace kapilárních sil

± eliminace cementace

.... Kapilarita

GT Praxe - podstatné aspekty přítomnosti vody v zemině

Hydrostatické napětí

základem pro výpočet efektivních napětí, ale aplikovatelné jen při neproudící vodě)

Ustálené proudění

při proudění se pórový tlak liší od hydrostatického

výška vody v piezometru nemusí souhlasit s volnou hladinou – vliv na výpočet efektivních napětí

Laplaceova rovnice; pro efektivní napětí alespoň proudová síť

Konsolidace

disipace pórových tlaků vzniklých od neodvodněné změny napětí (od zatížení) teorie konsolidace – difúzní proces, parciální dif. r. ('parabolická')

Ustálené proudění – H. DARCY (1856)

$$q = A k i$$

q = průtok (množství za jednotku času)

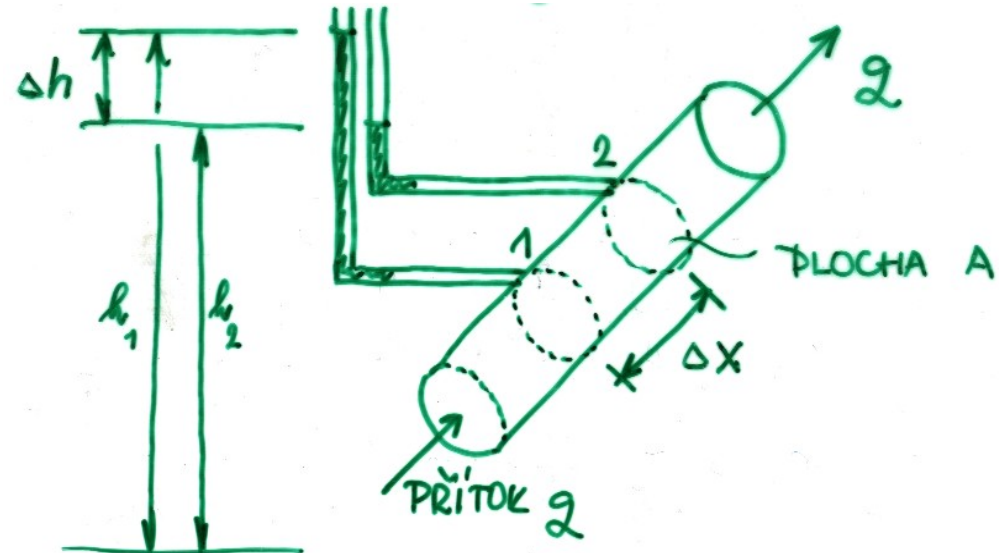
i = hydraulický gradient $i = - \Delta h / \Delta x$

$$v = k i$$

k = hydraulická vodivost (součinitel propustnosti; koeficient filtrace)

v = filtrační rychlost

skutečná rychlost $v_{sk} = q / A_{sk} = q / (n A) = v / n$



Propustnost K : vlastnost prostředí, nezávislá na tekutině

$$K = k \mu / \gamma$$

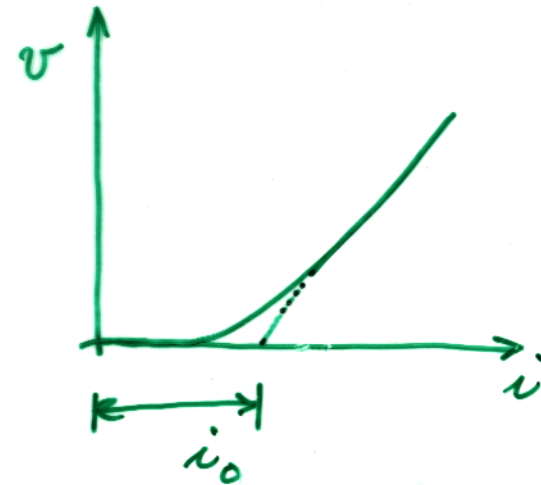
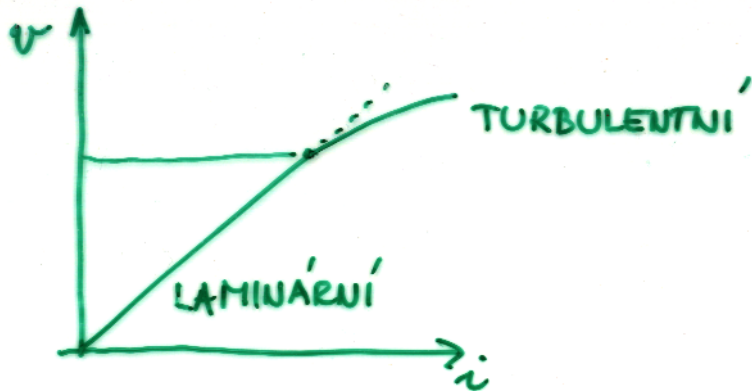
K = propustnost

k = hydraulická vodivost, tj. součinitel z Darcyho zákona

μ = dynamická viskozita [$\text{N} \times \text{s} \times \text{m}^{-2}$]

(μ = kinematická viskozita $\times \rho$)

γ = objemová tíha protékající tekutiny



Přechod z laminárního do turbulentního proudění při kritické rychlosti $v_{cr} = R_{e\ cr} \mu / (\rho_w d_{ef})$

Počáteční gradient

$$R_e = v d_{ef} \rho_w / \mu$$

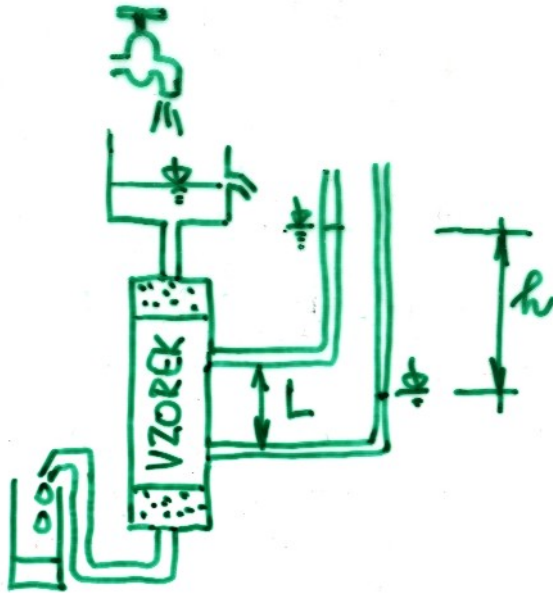
v = filtrační rychlost

μ = dynamická viskozita [$N \times s \times m^{-2}$]

Stanovení k (laboratorní cvičení č. 3)

Hydraulická vodivost (\equiv koeficient filtrace \equiv součinitel propustnosti)

Propustoměr s konstantním gradientem



$Q = A v t$; Q objem vody; v filtrační rychlost; t čas

$$v = k i = k h / L$$

$$k = Q L / (h A t)$$

Při nízké propustnosti (h.vodivosti: $k < 10^{-6} \text{ ms}^{-1}$), nelze přístroj použít – nedostatečné rozlišení /přesnost (výpar...)

→ je třeba uspořádat zk rafinovaněji:

uzavřený systém pro proteklou vodu

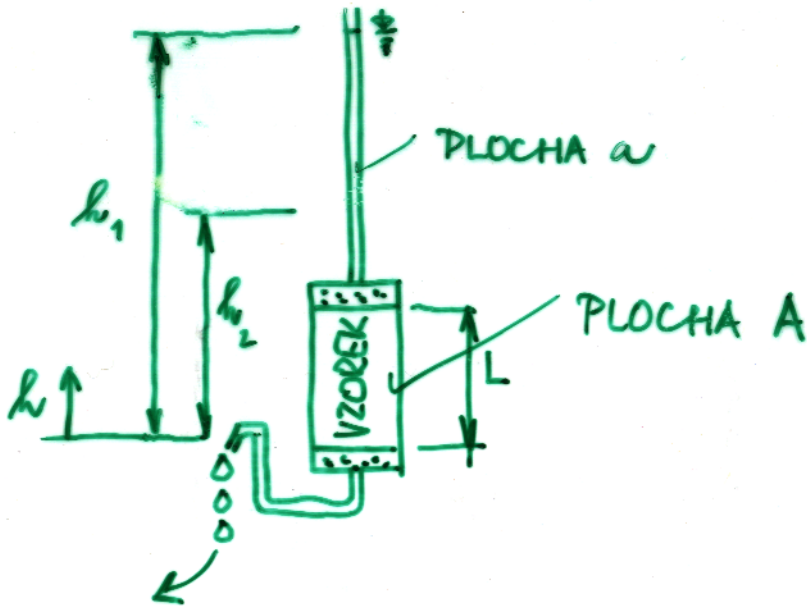
trojosá komora → odstranění preferenčního proudění okolo pevné stěny

Alternativou je použít přístroj s proměnným gradientem (jeho přesnost ale zpravidla není dostatečná)

Stanovení k (laboratorní cvičení č. 3)

Hydraulická vodivost (\equiv koeficient filtrace \equiv součinitel propustnosti)

Propustoměr s proměnným gradientem



$$q_{\text{dovnitř}} = -a \, dh/dt$$

$$q_{\text{ven}} = A k i$$

$$q_{\text{dovnitř}} = q_{\text{ven}}$$

$$-a \, dh/dt = A k h / L$$

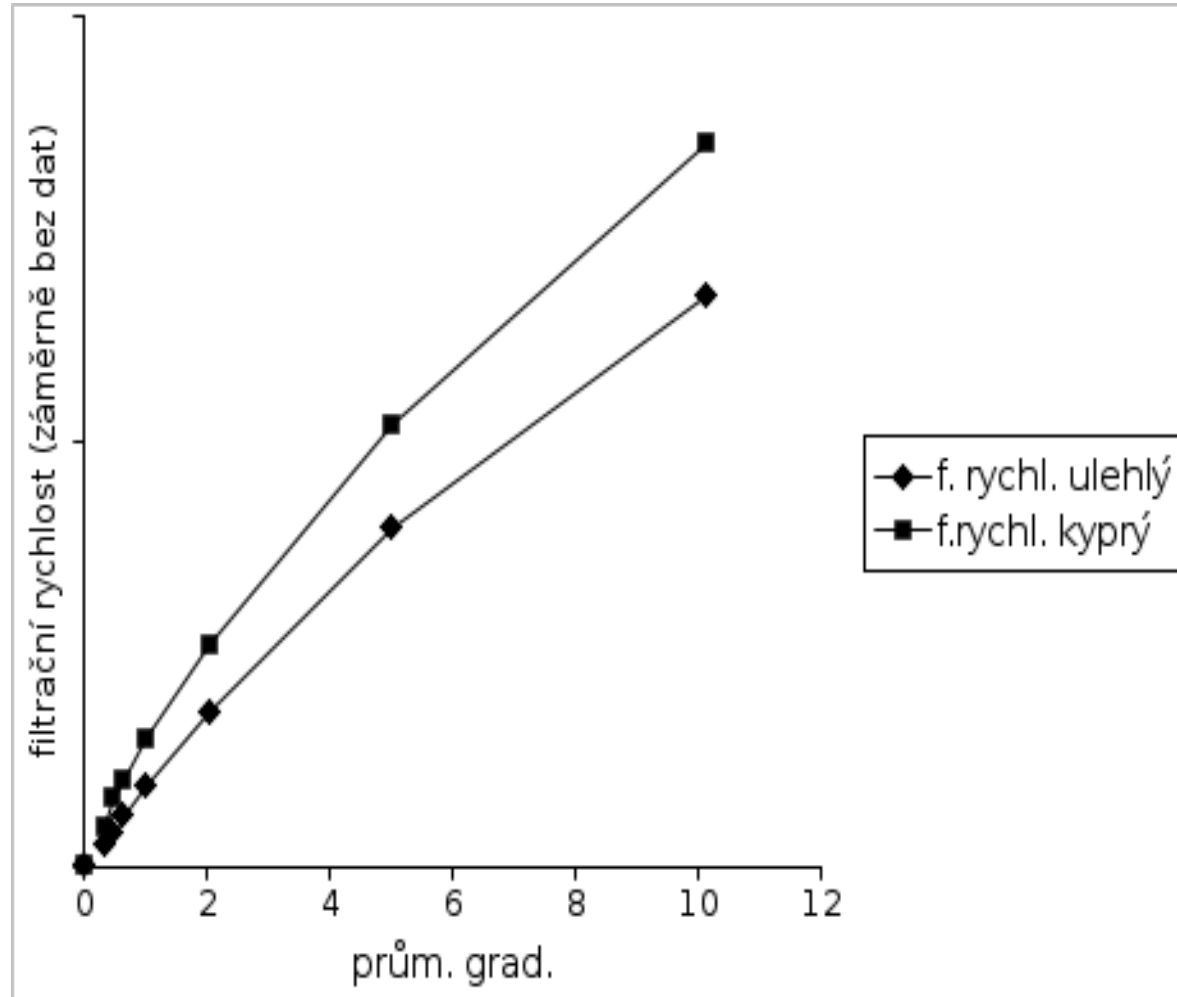
$$-a \int dh / h = k A / L \int dt$$

$$-a (\ln h_2 - \ln h_1) = k A (t_2 - t_1) / L$$

$$a (\ln h_1 - \ln h_2) = k A (t_2 - t_1) / L$$

$$k = a L \ln(h_1/h_2) / (A \Delta t)$$

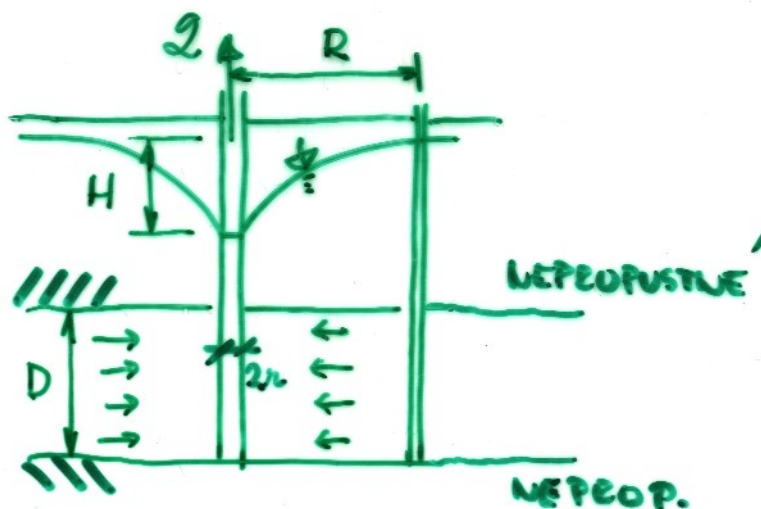
Stanovení k (laboratorní cvičení č. 3)



Hydraulická vodivost (\equiv koeficient filtrace \equiv součinitel propustnosti)

Polní měření

Např.:



$$[\rightarrow k = q / (2\pi D H) \ln(R / r)]$$

Nepřímo – empirické vztahy:

Pro písek: Hazen $k \text{ [ms}^{-1}\text{]} = 0,01D_{10}^2 \text{ [mm]}$

Typické hodnoty hydraulické vodivosti (\equiv koeficientu filtrace \equiv součinitele propustnosti)

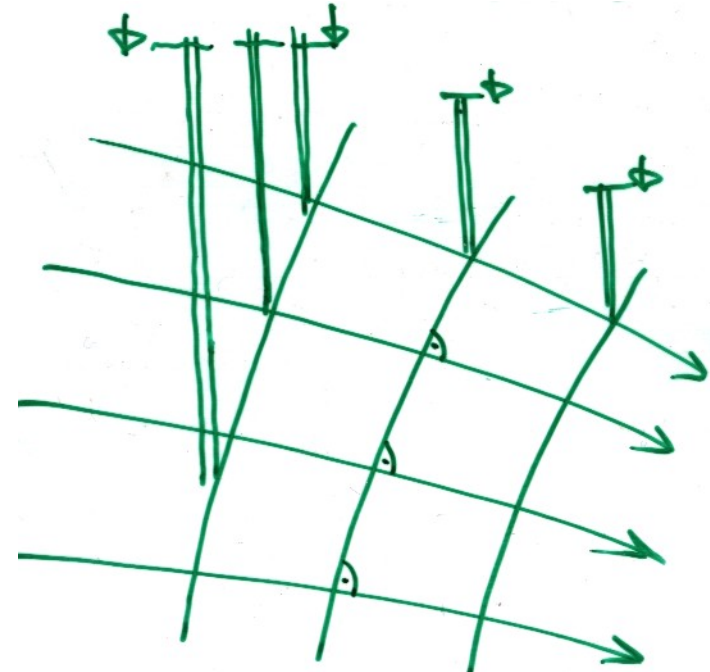
štěrk	10^{-1} až 10^{-3} ms^{-1}
písek	10^{-2} až 10^{-4} ms^{-1}
jemný písek	10^{-5} ms^{-1}
silt	10^{-6} ms^{-1}
písčitá hlína	10^{-6} až 10^{-8} ms^{-1}
jíl	$<10^{-8}$ ms^{-1}

Rovnice proudění

izotropie: $k_x = k_y = k_z$

$$\Delta h = 0$$

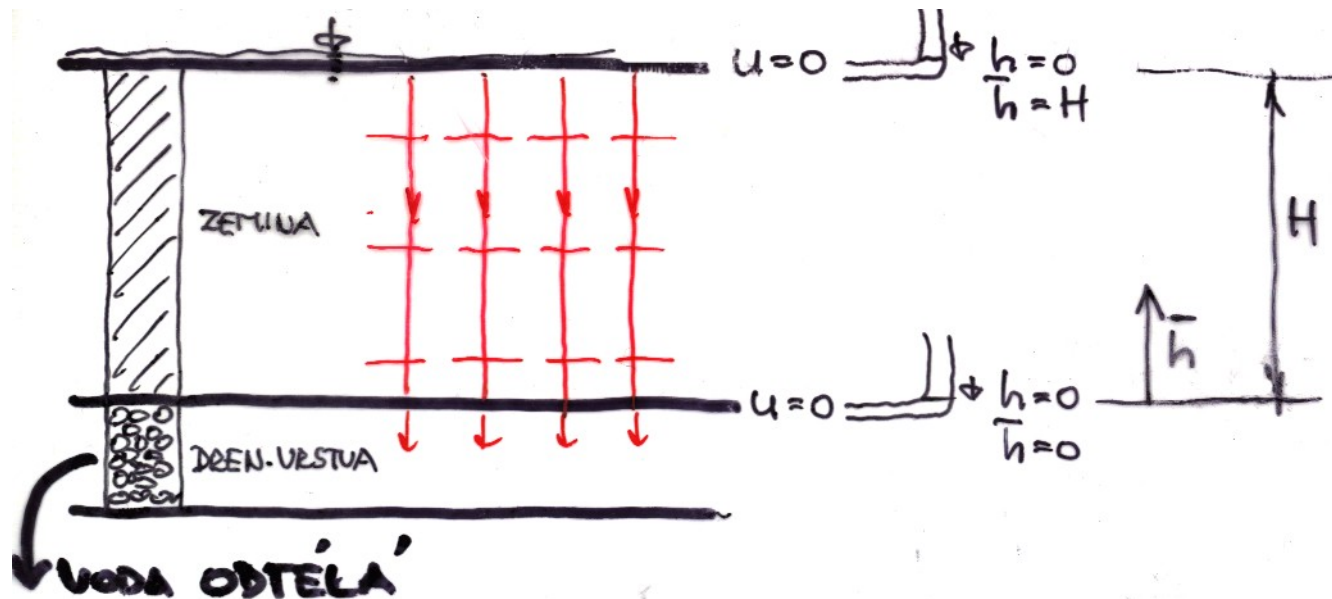
$$\delta^2 h / \delta x^2 + \delta^2 h / \delta y^2 + \delta^2 h / \delta z^2 = 0$$



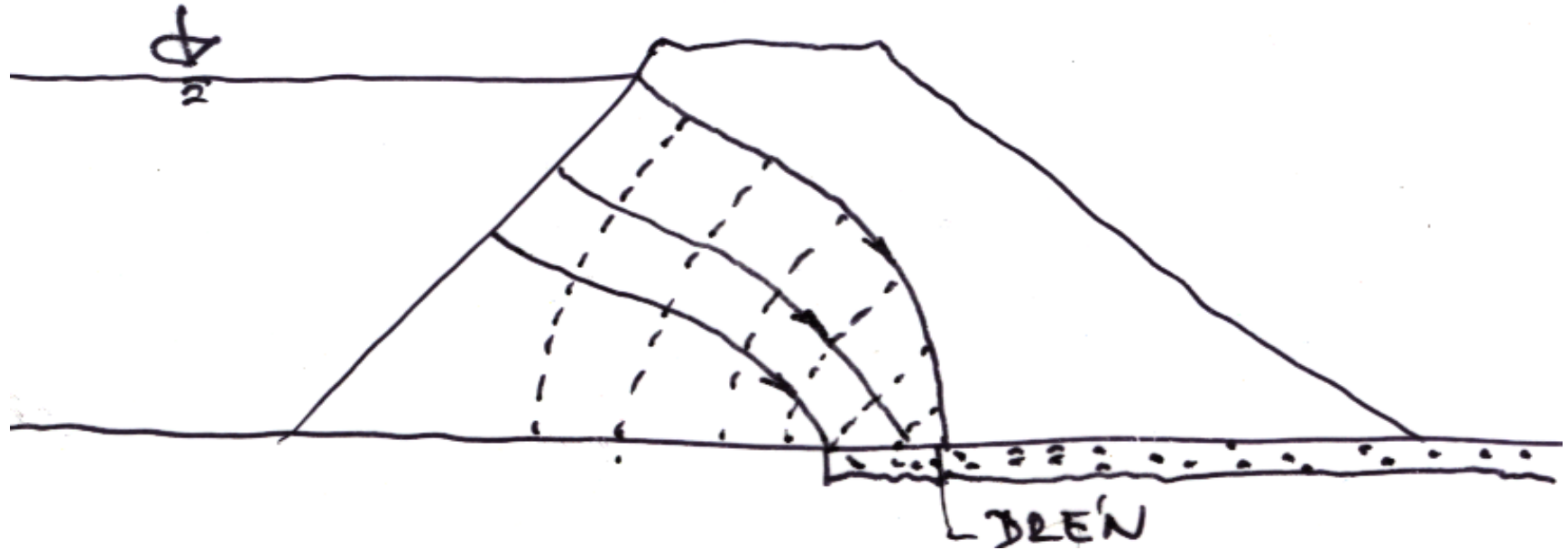
Výška vody v piezometru nemusí souhlasit s volnou hladinou ← proudění

.....skutečná výška vody vyplývá z definice ekvipotenciály

Proudová síť 2D

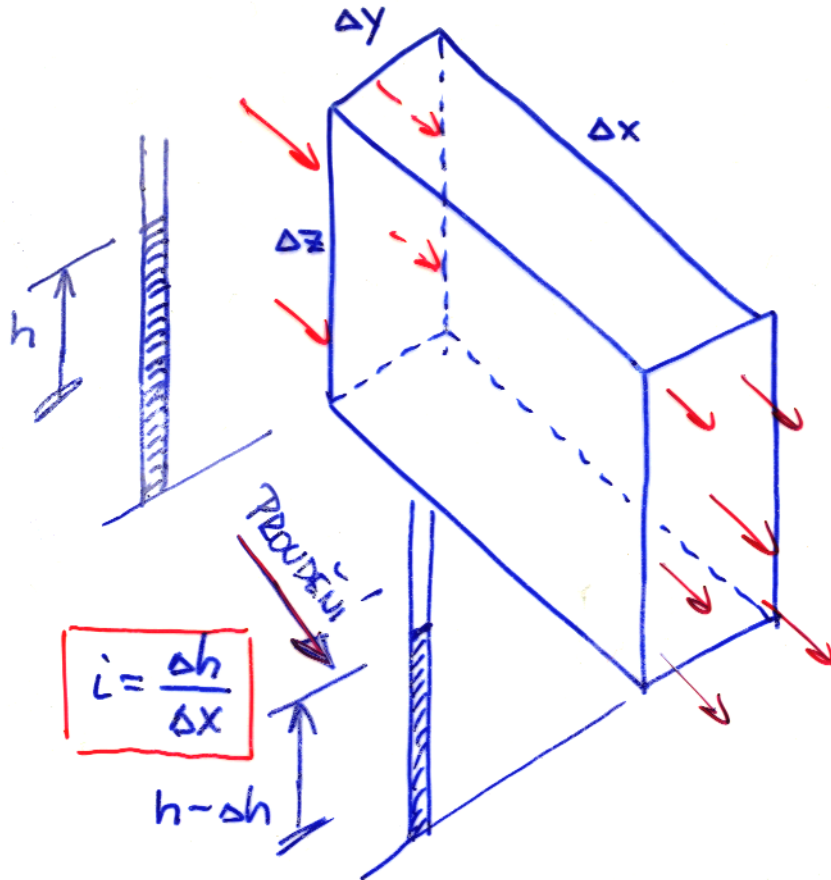


Proudová síť 2D - dlouhý násep (hráz)



Výška vody v piezometru nemusí souhlasit s volnou hladinou ← proudění
.....ekvipotenciály

Vliv proudící vody na zrna: průsakový/proudový "tlak"



$$v = k i$$

ztráta tlakové výšky Δh způsobena silovým působením mezi částicemi a vodou

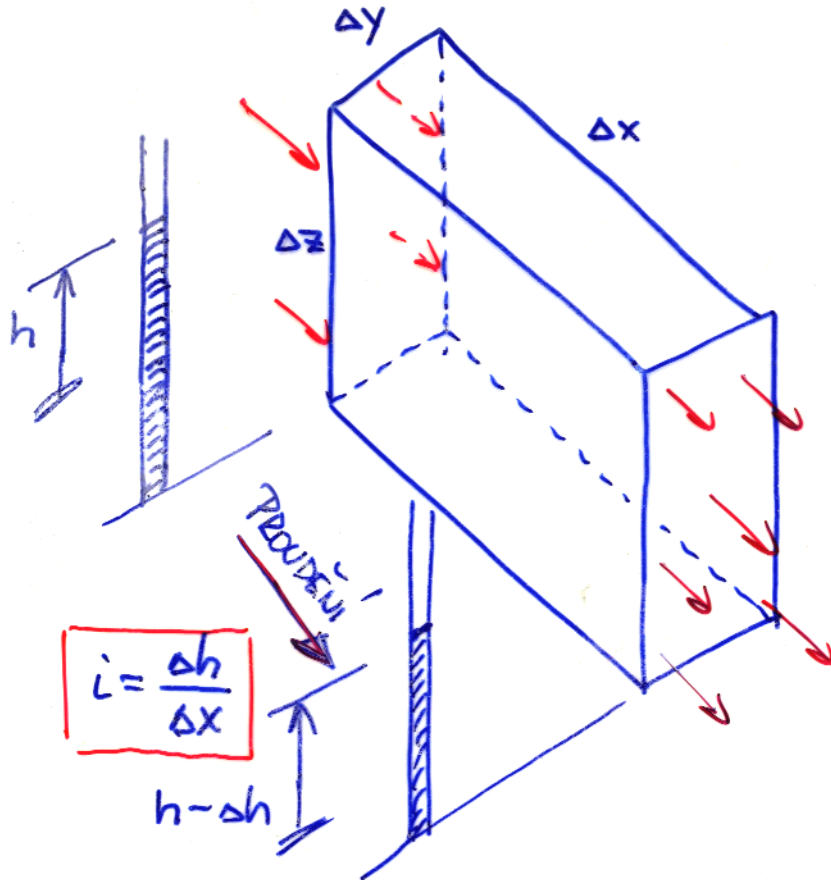
$$\Delta p = \gamma_w \Delta h$$

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta p \times \text{plocha} = \gamma_w \Delta h \Delta y \Delta z = \\ &= \gamma_w \Delta h \Delta y \Delta z \Delta x / \Delta x = \\ &= \gamma_w i (\Delta x \Delta y \Delta z) = \\ &= \gamma_w i \Delta V \end{aligned}$$

síla působící na skelet: $S = \gamma_w i V$

síla působící na skelet v jednotkovém objemu zeminy = průsakový "tlak" $p = \gamma_w i$

Vliv proudící vody na zrna: průsakový/proudový "tlak"



Bernoulliho věta:

$$\gamma_w (z + u/\gamma_w + v^2/(2g) + h_s) = \text{konst}$$

rychlostní výšku lze zanedbat (v je malé)

ztráta energie mezi dvěma body o vzdálenosti s :

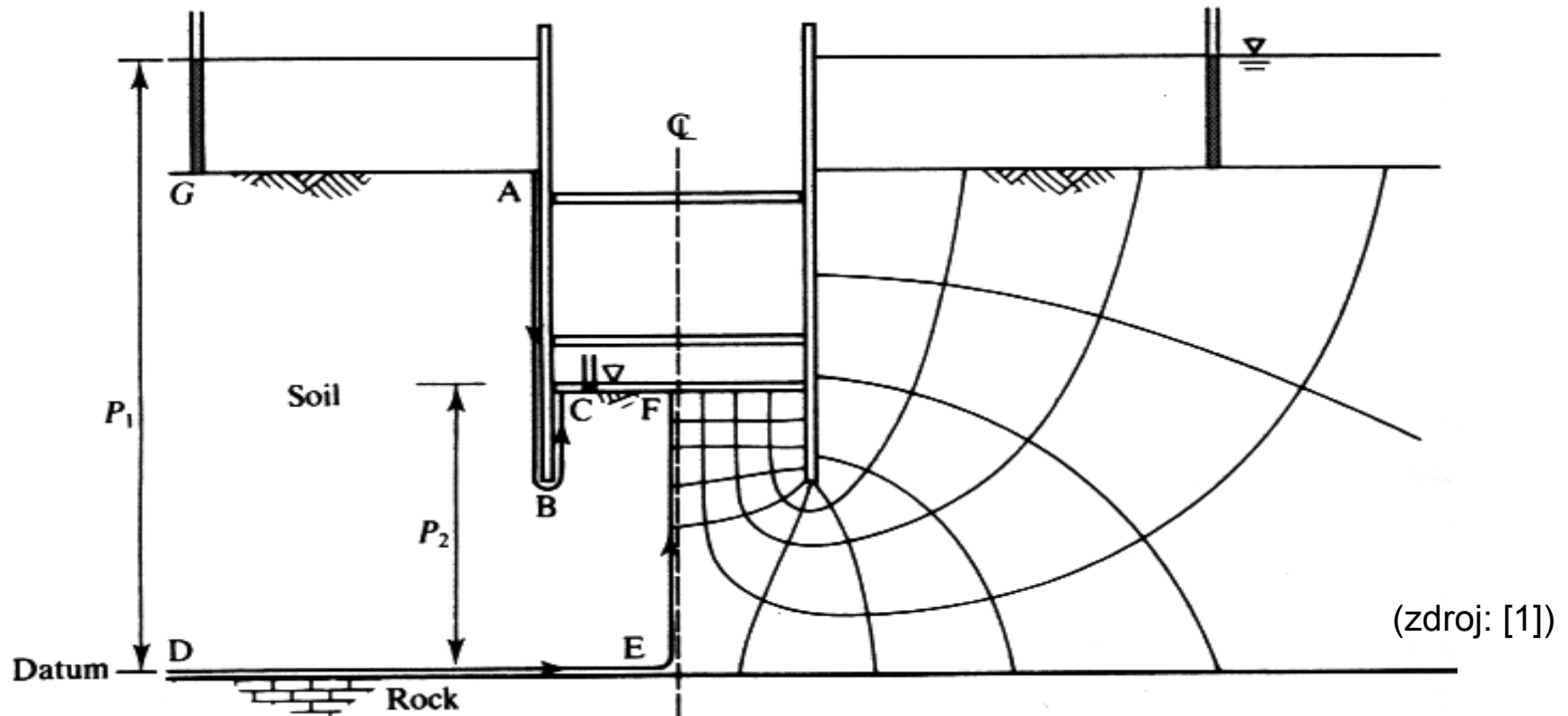
$$\Delta E = \gamma_w \Delta h_s = (z_2 + u_2/\gamma_w - (z_1 + u_1/\gamma_w))$$

$$\Delta E / \Delta s = \gamma_w \Delta h_s / \Delta s = \gamma_w i$$

ztráta energie se realizuje jako objemová tlaková síla na zeminu (pórovité prostředí)

průsakový tlak: $p = \gamma_w i$

Proudová síť 2D - dlouhý výkop (rýha)



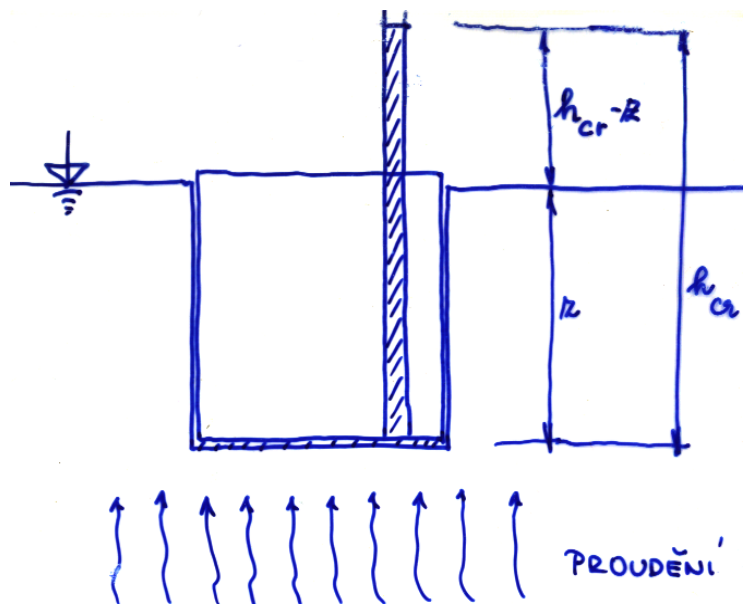
Okrajové podmínky:

povrch hladin (konstantních) = ekvipotenciály (GA; CF)

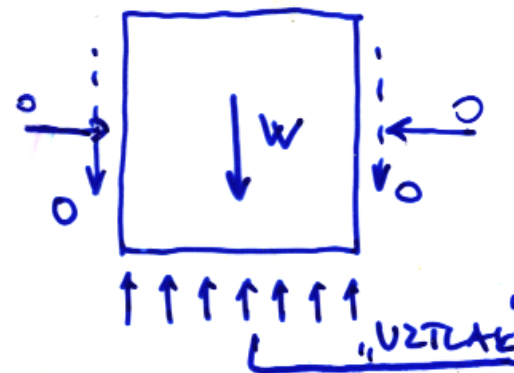
nepropustné hranice = proudnice (AB; BC; DE; dtto osa symetrie EF)

Proudění vzhůru proti gravitaci → možnost ztekucení dna stavební jámy (kuřavka, „boiling sand“; „piping“ (eroze)) \approx beztížný stav

Proudění vody zeminou – ztekucení dna (laboratorní cvičení č. 3)



h_{cr} ... kritická výška, tj. výška při ztekucení



zanedbání tření na bocích; plocha A

“vztlak” = tlak vody na ploše A směrem vzhůru, tj. $u A = h_{cr} \gamma_w A$

rovnováha: vztlak = tíha

$$h_{cr} \gamma_w A = A z \gamma_{sat} \quad (\gamma_{sat} \equiv \gamma)$$

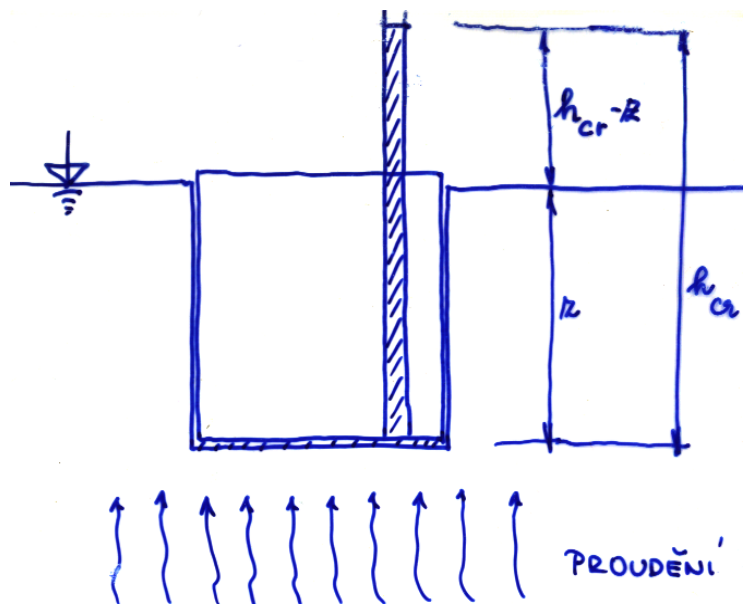
$$h_{cr} = z \gamma / \gamma_w$$

$$i_{cr} = (h_{cr} - z) / z = (z \gamma / \gamma_w - z) / z = \gamma / \gamma_w - 1 = (\gamma - \gamma_w) / \gamma_w$$

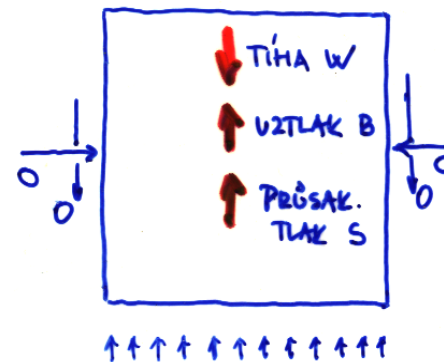
$$i_{cr} = (\gamma - \gamma_w) / \gamma_w$$

(.... postup odpovídá podmínce $\sigma' = 0$)

Proudění vody zeminou – ztekucení dna (laboratorní cvičení č. 3)



h_{cr} ... kritická výška, tj. výška při ztekucení



zanedbání tření na bocích

řešení při využití průsakového (proudového) “tlaku”

$$\text{tíha skeletu: } W_s = \gamma V - \gamma_w V_w$$

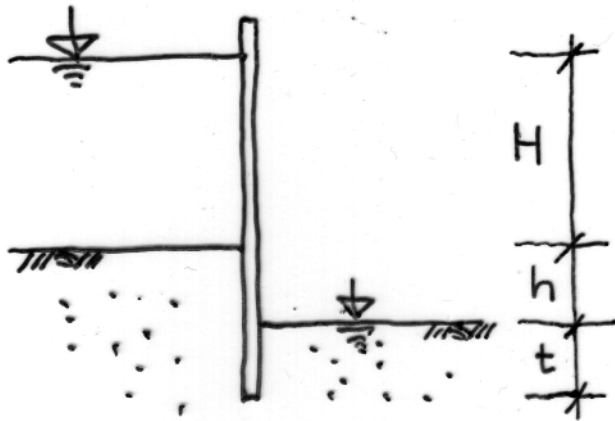
$$\text{Archimédes: } B = \gamma_w V_s = \gamma_w (V - V_w)$$

$$\text{kritický “proudový tlak” } S_{cr} = p_{cr} V = \gamma_w i_{cr} V$$

$$\text{rovnováha: } W = B + S$$

$$\gamma V - \gamma_w V_w = \gamma_w V - \gamma_w V_w + \gamma_w i_{cr} V$$

$$i_{cr} = (\gamma - \gamma_w) / \gamma_w$$



Zadání: určit potřebnou hloubku zaberanění štětovnice.

$$i_{cr} = (\gamma - \gamma_w) / \gamma_w$$

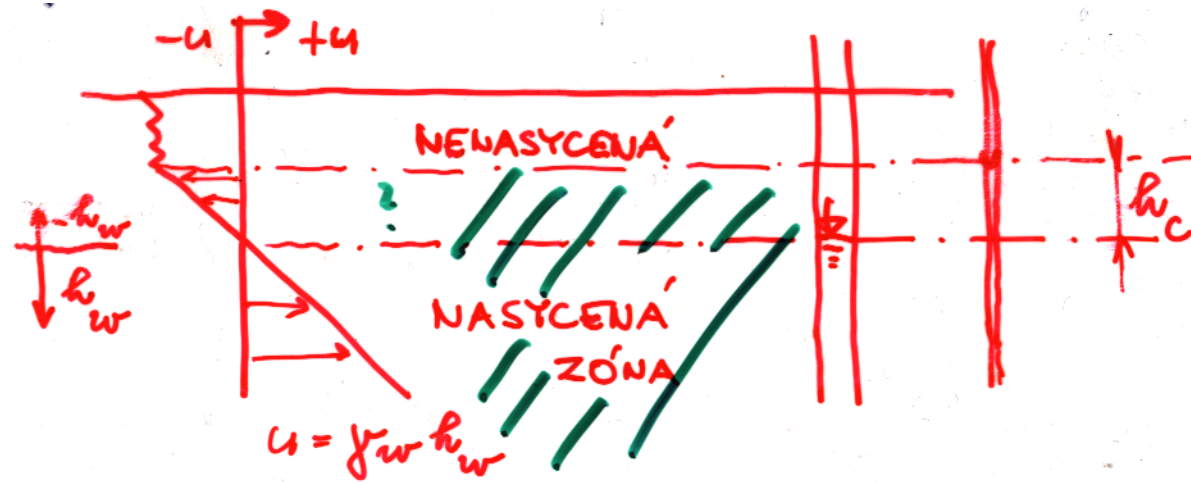
$$i_{cr} \approx 1$$

$$i = (H + h) / (h + t + t) < 1 = i_{cr}$$

$$H < 2t$$

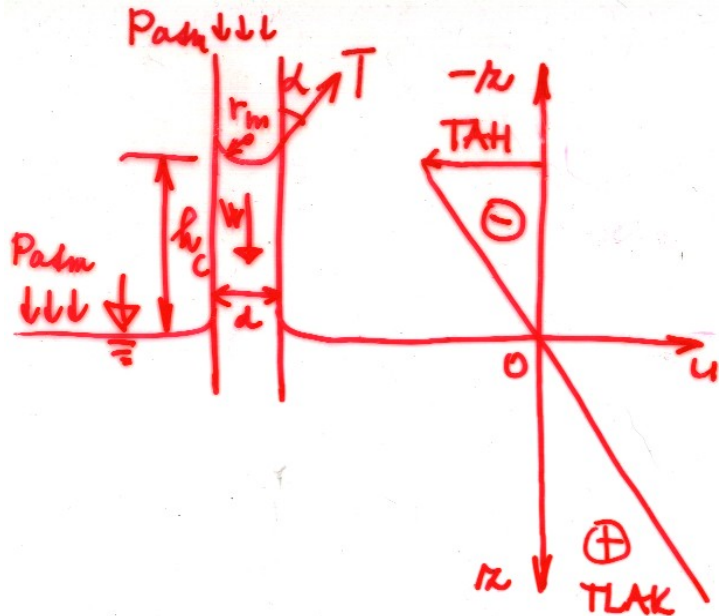
$$\underline{t > \frac{1}{2} H}$$

Kapilární voda



Kapilární voda

Kapilární elevace h_c



Síla dolů (tíha): $W = \rho_w g V = \rho_w g h_c \pi d^2 / 4$

Síla vzhůru (svislá složka síly kapilárního menisku): $\pi d T \cos \alpha$

kde T je “povrchové napětí vody” = síla na jednotku délky rozhraní: $T = 7 \times 10^{-5} \text{ kNm}^{-1}$

Rovnováha:

$$\rho_w g h_c \pi d^2 / 4 = \pi d T \cos \alpha$$

$$h_c = 4 T \cos \alpha / (\rho_w g d)$$

čistá voda vs sklo $\rightarrow \alpha = 0$

$$h_c = 4 T / (\rho_w g d) = 4 T / (\gamma_w d)$$

$$h_c \approx 3 \times 10^{-5} / d$$

$$\text{např } d = 1 \mu\text{m} \rightarrow h_c = 30 \text{m}$$

Kapilární voda

Kapilární elevace h_c

závisí na velikosti pórů

Teoretické hodnoty pro zeminy

($\alpha = 0$ a kapilára konstantního průměru d)

silt

$$d \approx 1\text{mm} \rightarrow h_c = 30\text{ mm}$$

jemný silt

$$d \approx 1\mu\text{m} \rightarrow h_c = 30\text{ m}$$

jíl

$$d \approx 10\text{nm} \rightarrow h_c = 3\text{ km}$$

Skutečné typické hodnoty pro zeminy

písek

$$h_c = 0,03 - 0,1\text{ m}$$

hlinitý písek

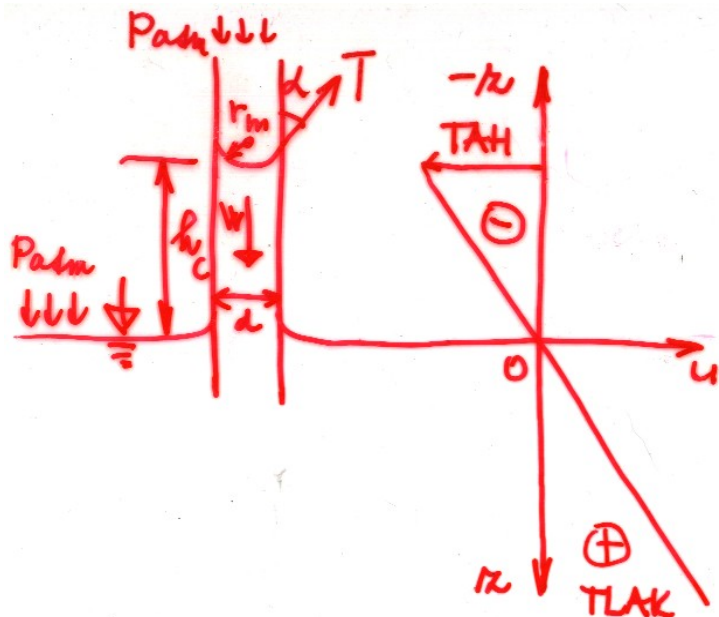
$$h_c = 0,5 - 2\text{ m}$$

hlína (silt)

$$h_c = 2 - 5 (-10)\text{ m}$$

jíl

$$h_c = \text{desítky metrů}$$



Kapilární voda

v kapilární zóně – zemina nasycená

platí princip ef. napětí, $u < 0$

$$h_c = 50 \text{ m} \rightarrow u = -500 \text{ kPa} \rightarrow \sigma' = \sigma + 500 \text{ kPa}$$

Nenasycená zóna

trojfázová látka - neplatí Terzaghiho princip ef. napětí



$$u_a - u_w = T (1/r_m - 1/r) \quad \text{”kapilární sání”}$$

r je poloměr menisku

Bishop:

$$u = \chi u_w + (1 - \chi) u_a$$

$$\sigma' = \sigma - (\chi u_w + (1 - \chi) u_a)$$

$$\sigma' = \sigma - u_a + \chi (u_a - u_w)$$

χ funkcí S , způsobu zatěžování...

Velmi přibližný předpoklad: $\chi = S_r$



Kapilární voda v písku – prostá tlaková zkouška
vlhkého písku

předpoklad: Bishopova rovnice

$$\sigma' = \sigma - (\chi u_w + (1-\chi) u_a)$$

$$\text{pórový tlak } u = \chi u_w + (1 - \chi) u_a$$

$$\text{pro } \chi = S$$

$$\text{pórový tlak } u = S u_w + (1 - S) u_a$$

Je-li vzorek průvzdušný (při $w = 0,1$ patrně bude)

$$\rightarrow \text{pórový tlak v bábovičce} \quad u = S u_w$$

$$\rightarrow \text{kapilární sání v bábovičce} \quad s = u_a - u_w = - u_w$$

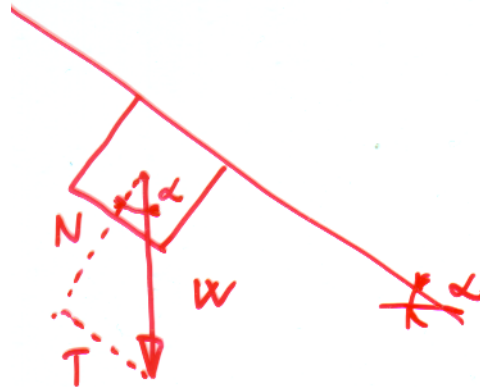
Postup:

M.K. pro totální napětí;

stanovit obálku pevnosti a M.K. pro efektivní napětí; stanovit kapilární kohezi; z posunu M.K. určit pórový tlak, u_w a kapilární sání.

Písek bez kapilární vody (suchý nebo 100% nasycený)

Úhel přirozené sklonitosti suchého písku:



písek se stále sesouvá, zrna se pohybují

→ svah je v tzv. kritickém stavu:

$$\text{pevnost je } \tau_{\max} = \sigma' \operatorname{tg} \varphi_{\text{cr}}'$$

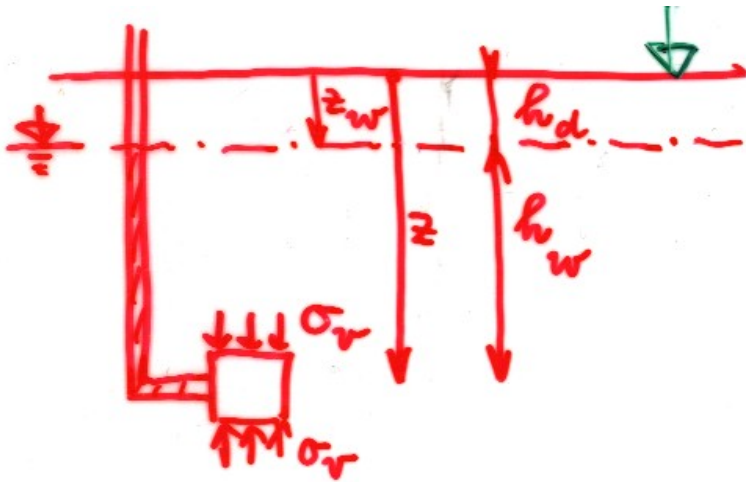
Rovnováha:

$$T = W \sin \alpha = \tau_{\max} \times 1 = W \cos \alpha \times \operatorname{tg} \varphi_{\text{cr}}$$

$$\rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi_{\text{cr}}$$

$$\rightarrow \alpha = \varphi_{\text{cr}}$$

Efektivní vertikální napětí



- $\sigma_v = \sum (h_i \gamma_i)$
- $u = h_w \gamma_w = (z - z_w) \gamma_w$
- $\sigma_v' = \sigma_v - u = \sum (h_i \gamma_i) - h_w \gamma_w$

- dtto pro přírůstky

Efektivní vertikální napětí

$$\Delta\sigma_v' = \Delta\sigma_v - \Delta u$$

Přírůstek efektivního napětí:



$$\Delta\sigma_v > 0$$

$$\Delta u = 0 \text{ (tj. odvodněné zatížení)}$$

$$\Delta\sigma_v' = \Delta\sigma_v > 0$$

→ vzrůst efektivního napětí

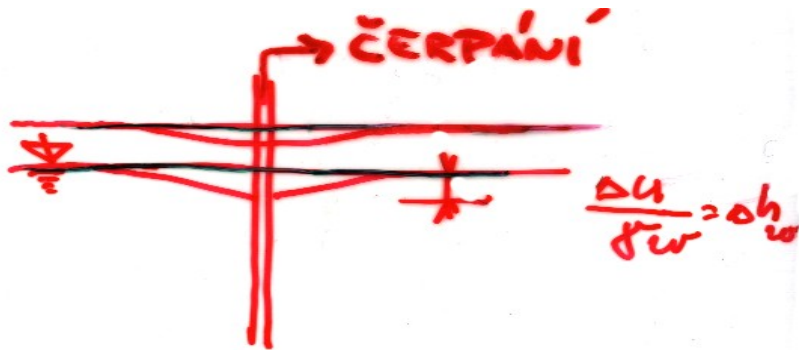
→ deformace

→ sedání pod zatíženou plochou

Efektivní vertikální napětí

$$\Delta\sigma'_v = \Delta\sigma_v - \Delta u$$

Snížení HPV - přírůstek ef. napětí:



$$\text{před: } {}^1u = h_w \gamma_w \qquad {}^1\sigma_v = h \gamma_{\text{sat}}$$

$$\text{po: } {}^2u = (h_w - \Delta h_w) \gamma_w \qquad {}^2\sigma_v = h \gamma_{\text{sat}}$$

(zemina zůstane nasycená - kapilarita)

$$\Delta u = {}^2u - {}^1u = -\Delta h_w \gamma_w$$

$$\Delta\sigma_v = {}^2\sigma_v - {}^1\sigma_v = 0$$

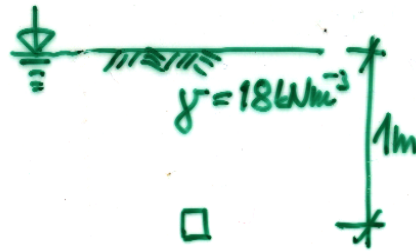
$$\Delta\sigma'_v = -\Delta u > 0$$

→ vzrůst efektivního napětí

→ deformace

→ sedání okolí vrtu při snížení HPV

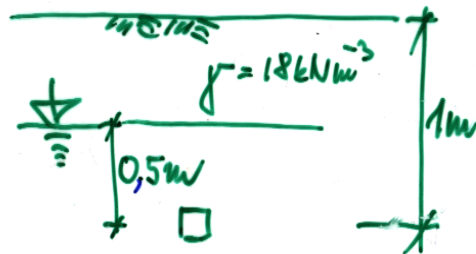
Efektivní vertikální napětí



Výpočet vertikálního efektivního napětí

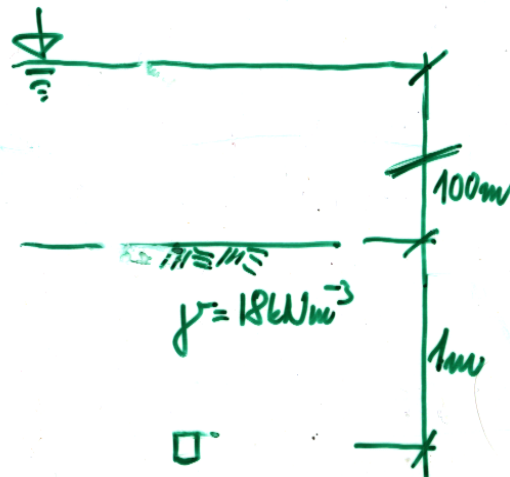
zpravidla se zanedbává negativní pórový tlak v kapilární vodě

$$\begin{aligned}\sigma &= 18 \times 1 = 18 \text{ kPa} \\ u &= 10 \times 1 = 10 \text{ kPa} \\ \sigma' &= 18 - 10 = 8 \text{ kPa}\end{aligned}$$



zemina zůstane nasycena, ale $u < 0$ zanedbáme:

$$\begin{aligned}\sigma &= 18 \times 1 = 18 \text{ kPa} \\ u &= 10 \times 0,5 = 5 \text{ kPa} \\ \sigma' &= 18 - 5 = 13 \text{ kPa}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\sigma &= 18 \times 1 + 10 \times 100 = 1018 \text{ kPa} \\ u &= 10 \times 101 = 1010 \text{ kPa} \\ \sigma' &= 1018 - 1010 = 8 \text{ kPa}\end{aligned}$$

Kolísání hladiny vody nad terénem nemění efektivní napětí
Pozor na započítání výšky vody a případného negativního pórového tlaku (nelze při něm použít tzv. "efektivní" obj. tíhu zeminy γ' – lépe ji vůbec neužívat, počítat vždy z principu ef. napětí a tím se vyhnout častým chybám!)

Základní - povinná

<http://natur.cuni.cz/~bohac/>

Atkinson, J.H. (2007) The mechanics of soils and foundations. 2nd ed. Taylor & Francis

Lehce dostupná (ale...)

Myslivec, A., Eichler, J. a Jesenák, J. (1970) Mechanika zemin. SNTL, Praha.

Šimek, J. et al. (1990) Mechanika zemin (1990). SNTL, Praha.

Vaníček, I. (2000; existují různá vydání) Mechanika zemin, skriptum FSv ČVUT

Doporučená rozšiřující literatura (omezeně dostupná na oddělení IG)

Feda, J. (1977) Základy mechaniky partikulárních látek. Academia, Praha. (Případně anglická verze: Feda, J. (1982) Mechanics of particulate materials, Academia-Elsevier.)

Wood, D.M. (1990) Soil behaviour and critical state soil mechanics. Cambridge Univ.Press.

Mitchell, J.K. and Soga, K (2005) Fundamentals of soil behaviour. J Wiley. (Případně starší vydání, bez spoluautora: 1973; 1993.)

Atkinson, J.H: and Bransby, P.L. (1978) The mechanics of soils. McGraw-Hill, ISBN 0-07-084077-2.

Bolton, M. (1979) A guide to soil mechanics. Macmillan Press, ISBN 0-33318931-0.

Craig, R.F. (2004; existují různá vydání, první 1974) Soil mechanics. Spon Press.

Holtz, R.D. and Kovacs, E.D. (1981) An introduction to geotechnical engineering, Prentice-Hall, ISBN 0-13-484394-0

...a řada dalších, bohužel nic v češtině.

- [1] Atkinson, J.H. (2007) The mechanics of soils and foundations. 2nd ed. Taylor & Francis.