
Mechanika zemin II

3 – Metody pro výpočet únosnosti

1. Plastické teorémy
2. Metody mezní rovnováhy
3. Příklady jednoduchých použití

Mezní stav porušení (1. MS)

napjatost splňuje podmínky porušení – mobilizována pevnost materiálu

$$\tau_{\max} = s_u$$

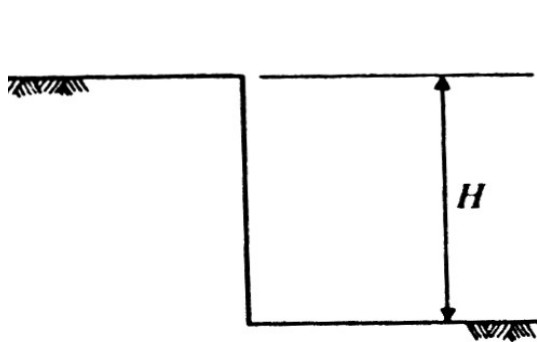
$$\tau_{\max} = c' + \sigma' \operatorname{tg} \varphi'$$

V případě stabilitního problému (zpravidla) nezáleží na velikosti deformací
→ logická volba $\tau_{\max} = \sigma' \operatorname{tg} \varphi'_{cr}$

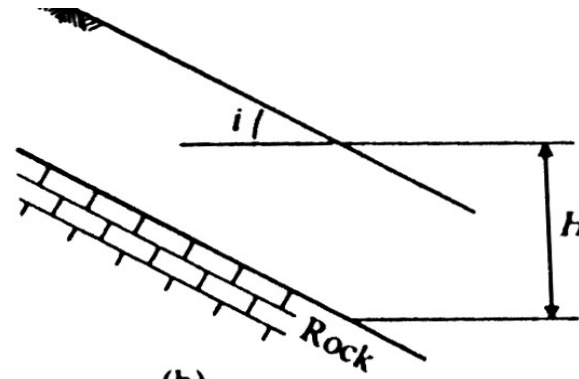
(plastický – kritický – stav; velké deformace)

Odvodněné vs neodvodněné zatížení

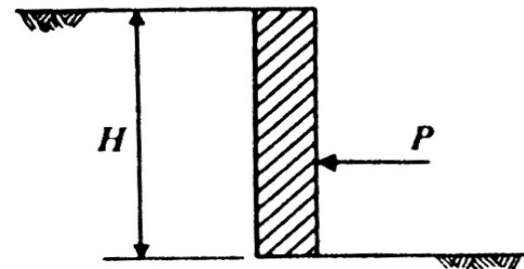
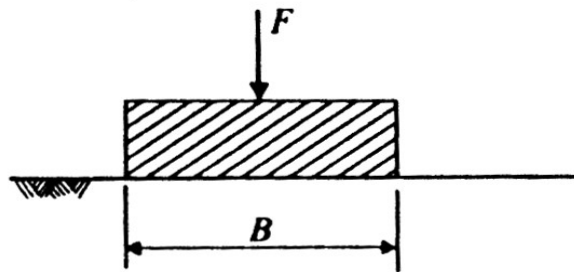
Mezní stav porušení (1. MS)



(a)



(b)



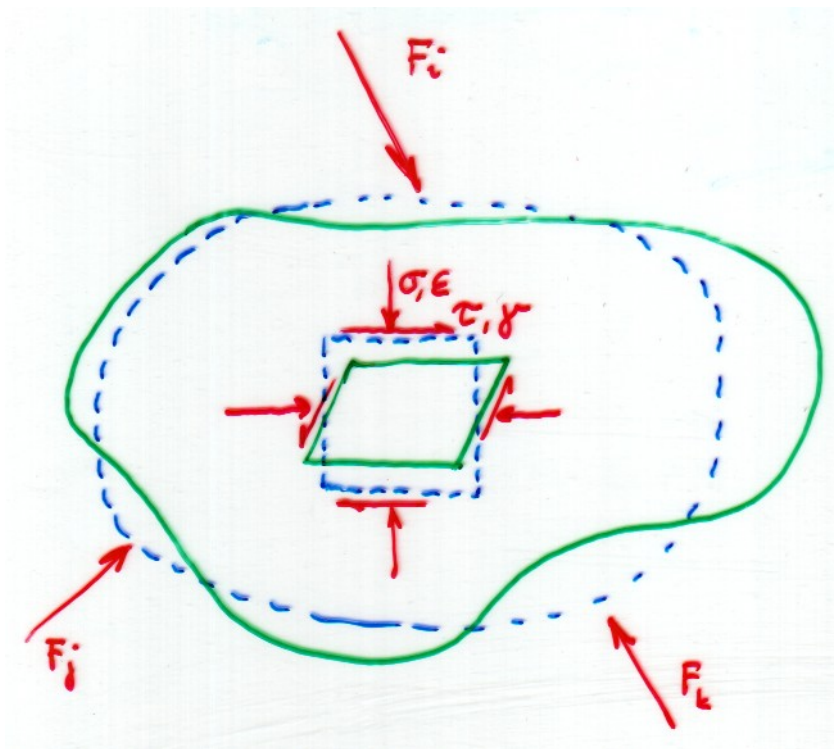
[2]

Mechanika

podmínky rovnováhy

podmínky kompatibility

materiálové vztahy (= fyzikální = konstituční)



ÚNOSNOST

Při stabilitní úloze předpokládáme vždy dosažení podmínky porušení, vznik smykové plochy. Splnění kompletní soustavy rovnic obtížné → zjednodušená řešení: dvě metody. Buď

1. ve dvou krocích postupně splníme pouze jednu sadu rovnic – buď podmínky rovnováhy, nebo kompatibility, druhou sadu vždy zanedbáme – to je řešení pomocí tzv. TEORÉMŮ PLASTICKÉHO PORUŠENÍ:

1a. zanedbání rovnováhy → musí dojít k porušení – HORNÍ MEZ (MEZNÍHO) ZATÍŽENÍ („upper bound“);

1b. zanedbání kompatibility → nemůže dojít k porušení - DOLNÍ MEZ (MEZNÍHO) ZATÍŽENÍ („lower bound“);

Pokud jsou si obě meze rovny, jde o přesné řešení.

Nebo

2. Tzv. METODY MEZNÍ ROVNOVÁHY („limit equilibrium methods“):

zvolí se libovolná geometrie mechanismu (tvar a přesná poloha smykové plochy, bez ohledu na podmínky kompatibility)

na zvoleném mechanismu se uplatní podmínky rovnováhy – spočte se mobilizované smykové napětí na smykových plochách

hledá se tzv „kritický“ mechanismus, kde je mobilizované smykové napětí nejvyšší.

DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Horní mez

mějme (zvolme) mechanismus (soustavu smykových ploch), jenž vyhovuje podmínkám kompatibility

na mechanismu se uvažuje přírůstek posunu (tzv. „virtuální“ posun)

pokud se práce vnitřních sil na virtuálních posunech rovná práci vnějších sil, systém (konstrukce) musí zkolabovat (dojde k porušení)

Dolní mez

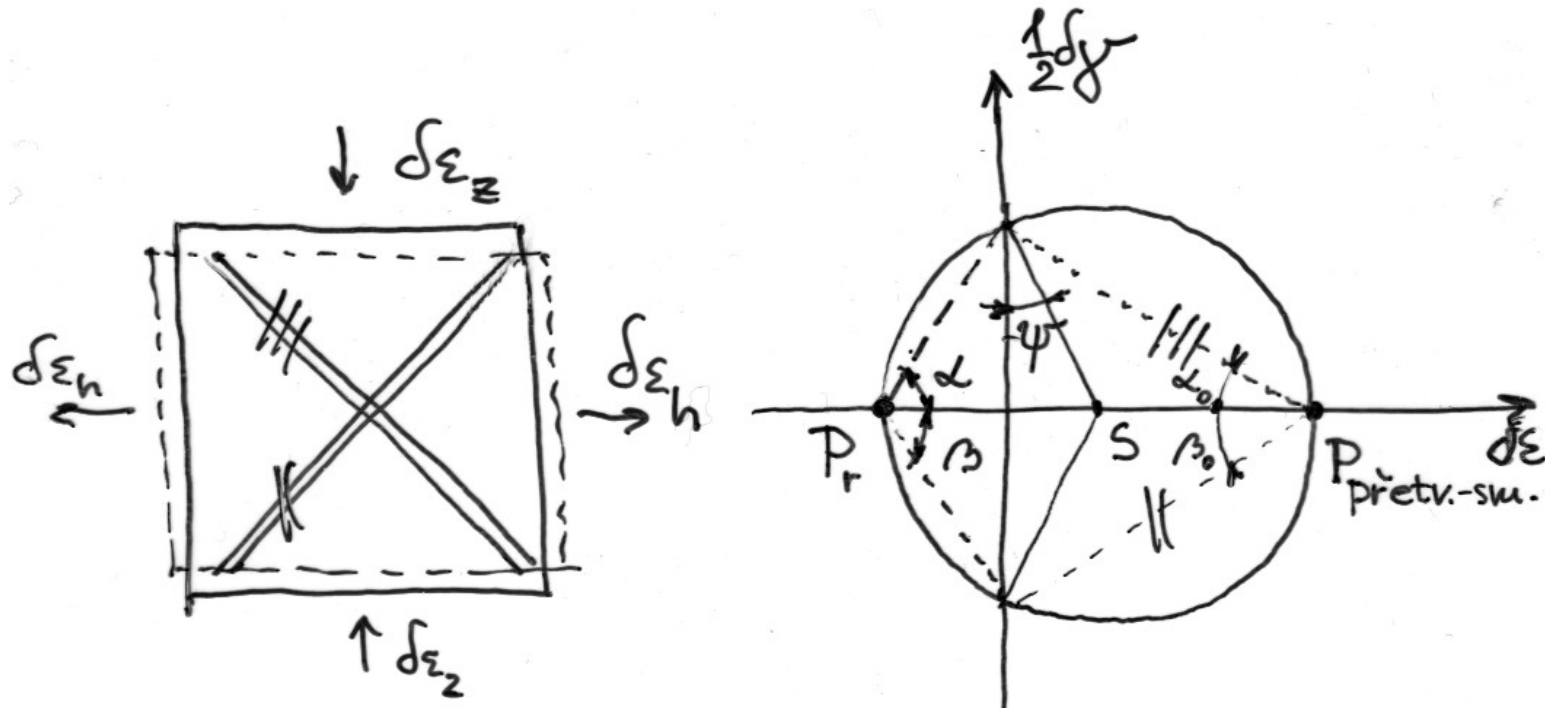
Napětí (resp. vnitřní síly v zemině) jsou v rovnováze s vnějším zatížením a nepřesahují pevnost zeminy – systém (konstrukce) nemůže zkolabovat (nemůže dojít k porušení)

Horní mez = dolní mez = přesné řešení

DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

MZ1analýza přetvoření v 2D.....:

Roviny nulového protažení, plochy skluzu, úhel dilatance



$$\sin \psi = - (\delta \varepsilon_z + \delta \varepsilon_h) / (\delta \varepsilon_z - \delta \varepsilon_h)$$

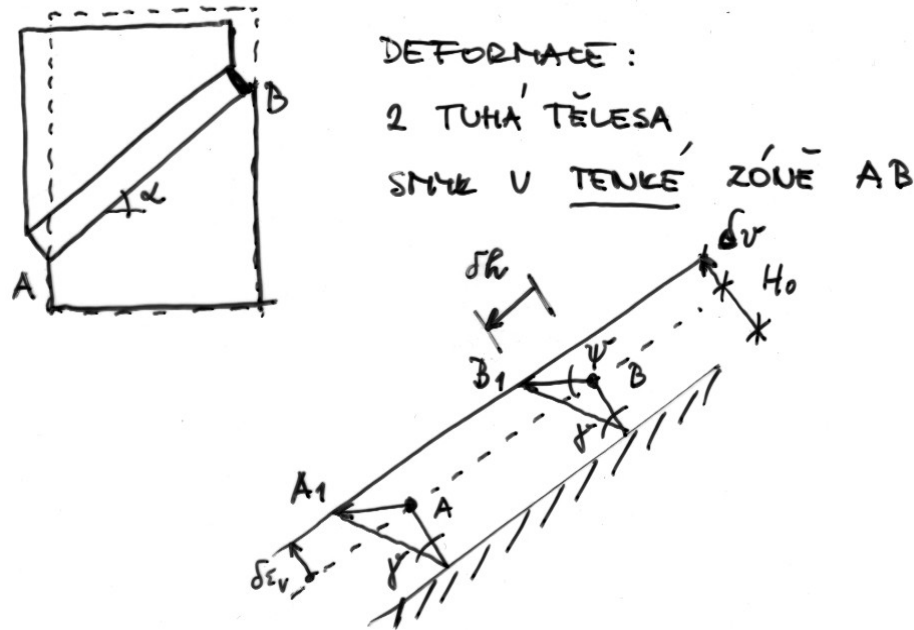
$$\tan \psi = - \delta \varepsilon_v / \delta \gamma$$

směry nulových protažení: $-\psi + 2 \alpha_0 = 90^\circ \rightarrow \alpha_0 = \beta_0 = 45^\circ + \frac{1}{2}\psi$

DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

MZ1analýza přetvoření v 2D.....:

PLOCHY SKLUZU – SMYKOVÉ PLOCHY



$AB = \text{KONST. (TUHÝ MATERIÁL)}$

TJ. NULOVÉ PROTAŽENÍ



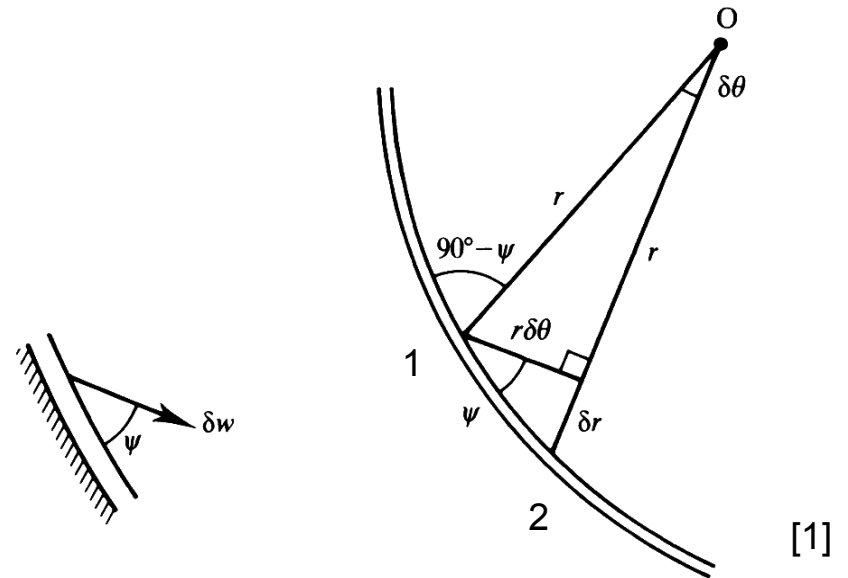
$$\alpha = 45^\circ + \frac{1}{2}\psi$$

Pohyb $A \rightarrow A_1$ a $B \rightarrow B_1$ je odkloněn o ψ od směru smykové zóny α

Kompatibilita

Smyková plocha:

stacionární vs pohybující se zemina
směr pohybu δw , pod úhlem ψ



$$\operatorname{tg} \psi = dr / r d\theta$$

$$r_2 / r_1 = e^{\Delta\theta \operatorname{tg} \psi},$$

což je rovnice logaritmické spirály, tj

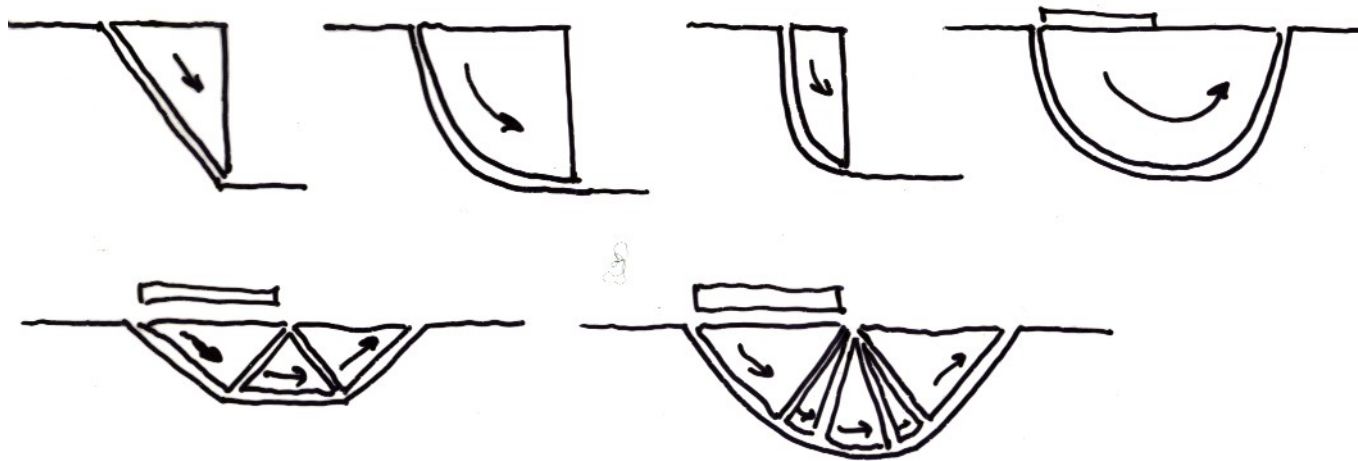
- pro $\psi \neq 0$ (odvodněná událost) smyková plocha je logaritmická spirála
- pro $\psi = 0$ (neodvodněná událost) smyková plocha je kružnice
- zvláštním případem smykové plochy ($r_1 \rightarrow \infty$) je přímka, která je relevantní pro odvodněnou i neodvodněnou událost.

DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

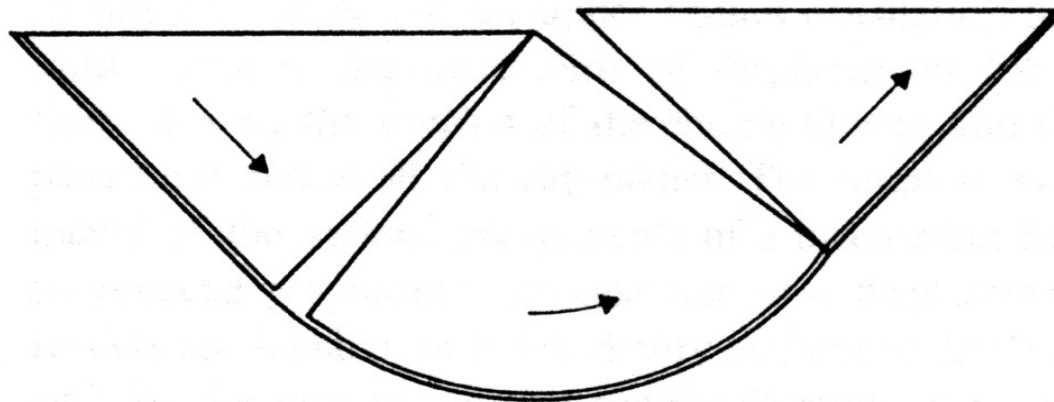
Příklady kompatibilních mechanismů pro praxi

přímka, kružnice, logaritmická spirála

kombinace přímek, kombinace přímek a kružnic/log. spirál



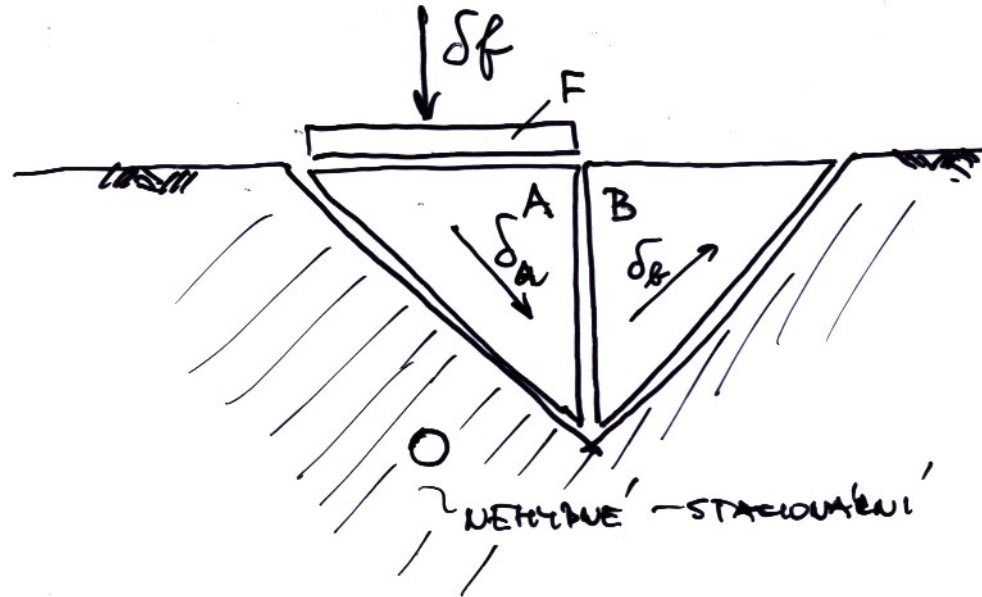
Nekompatibilní mechanismus



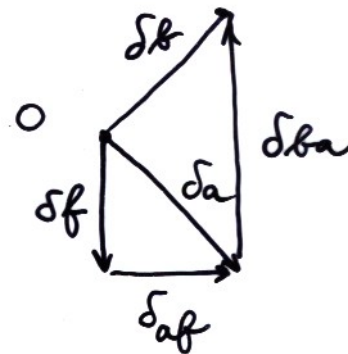
DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Kompatibilita

Příklad – mechanismus pro základ



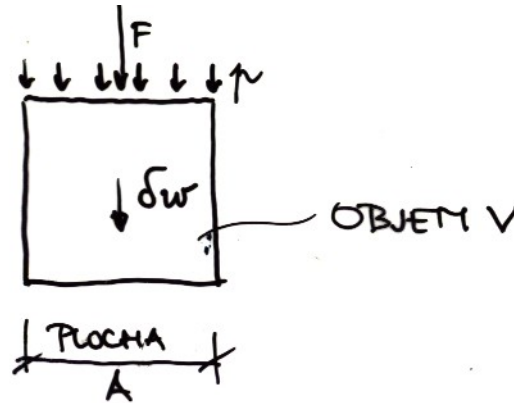
Podmínka kompatibility: diagram vektorů posunů uzavřen



DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Horní mez:

Práce vnějších sil



Neodvodněná událost: $\delta W_{\text{EXT}} = F \delta w + p A \delta w + \gamma V \delta w$,

kde F je zatížení silou, p je zatížení tlakem (napětím) na ploše A , γV je tíha elementu zeminy (obj. tíhy γ)

Odvodněná událost: $\delta W_{\text{EXT}} = F \delta w + (p-u) A \delta w + (\gamma-\gamma_w) V \delta w$,

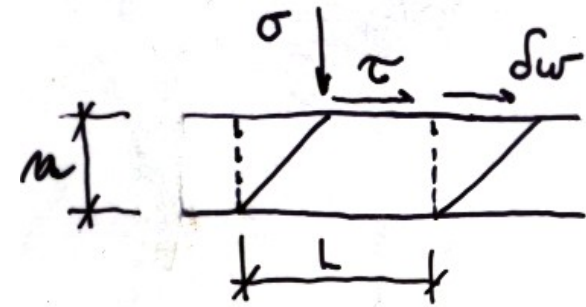
kde u je pórový tlak, γ_w obj. tíha vody.

DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Horní mez:

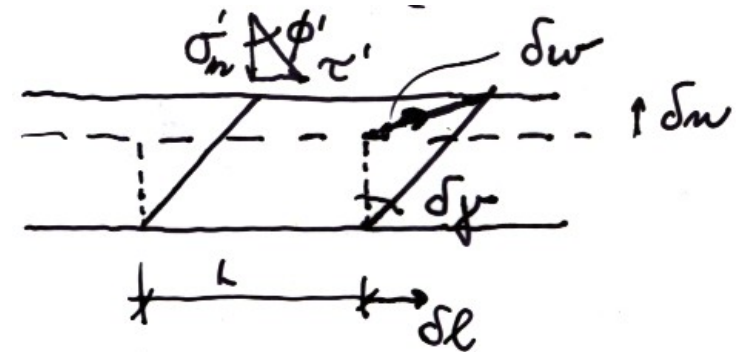
Práce vnitřních sil

Neodvodněná událost: $\delta W_{INT} = \tau L \delta w = s_u L \delta w$



Odvodněná událost: $\delta W_{INT} = \tau' L \delta l - \sigma_n' L \delta n$

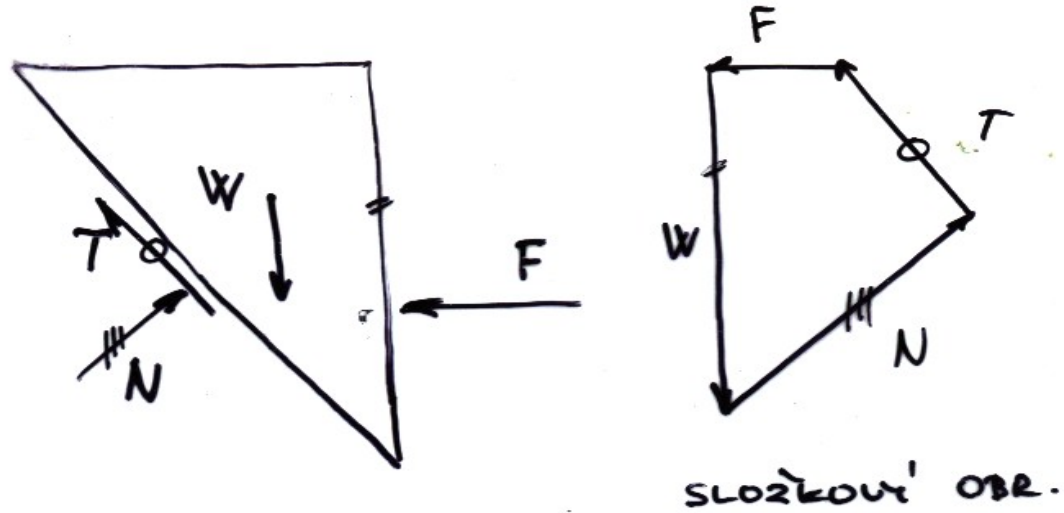
$(\tau' \equiv \tau)$



DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Rovnováha

Příklad – mechanismus pro opěrnou stěnu



Podmínka rovnováhy: složkový obrázek uzavřen

DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

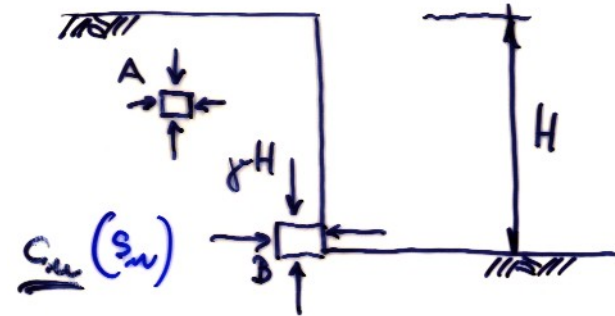
Příklad 1 – neodvodněná stabilita nepaženého výkopu

Dolní mez

výkop bez vody

$$\sigma_v = \gamma H$$

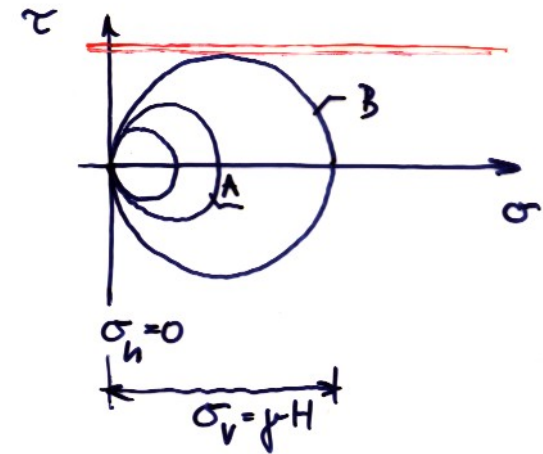
$$\sigma_h = 0$$



Podmínka rovnováhy a dosažení podmínky pevnosti:

$$\gamma H = 2s_u$$

$$H_{\text{max, dolní}} = 2s_u / \gamma$$



DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Příklad 1 – neodvodněná stabilita nepaženého výkopu

Horní mez

Kompatibilita:

Práce vnitřních sil: $\delta W_{\text{INT}} = \tau L \delta w = s_u \delta w H \sqrt{2}$

Práce vnějších sil: $\delta W_{\text{EXT}} = W \delta v = \frac{1}{2} \gamma H^2 \delta w / \sqrt{2}$

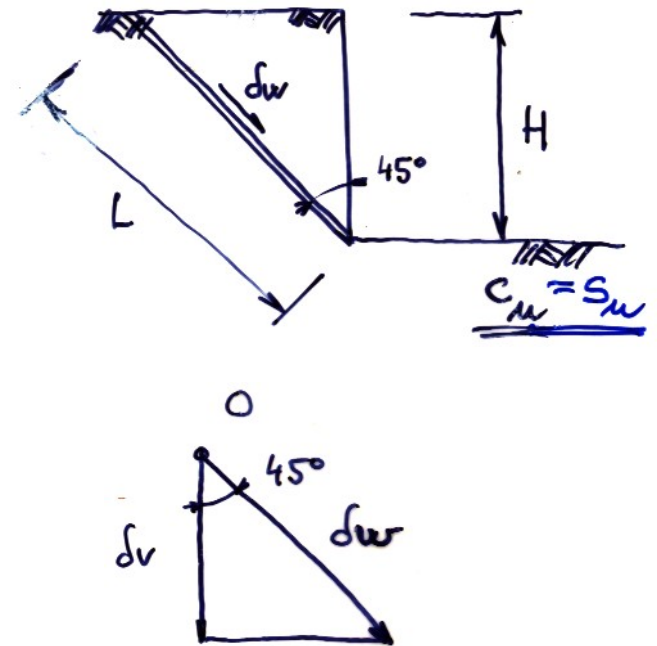
$$\delta W_{\text{INT}} = \delta W_{\text{EXT}}$$

$$s_u \delta w H \sqrt{2} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \delta w / \sqrt{2}$$

$$H_{\text{max,horní}} = 4s_u / \gamma$$

$$H_{\text{max,horní}} = 4s_u / \gamma \neq 2s_u / \gamma = H_{\text{max,dolní}}$$

$$\text{Přesné řešení (?) } H_{\text{max}} = 3,8 s_u / \gamma$$



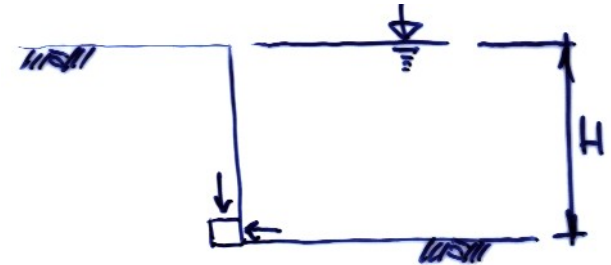
DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Příklad 1 – neodvodněná stabilita nepaženého výkopu - výkop plný vody

Dolní mez

$$\sigma_v = \gamma H$$

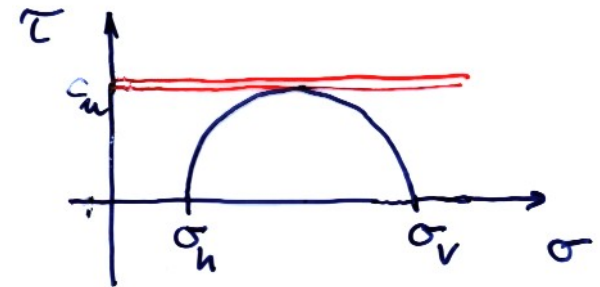
$$\sigma_h = \gamma_w H$$



Podmínka rovnováhy a dosažení podmínky pevnosti:

$$\gamma H_{\max, \text{dolní}} - \gamma_w H_{\max, \text{dolní}} = 2s_u$$

$$H_{\max, \text{dolní}} = 2s_u / (\gamma - \gamma_w)$$



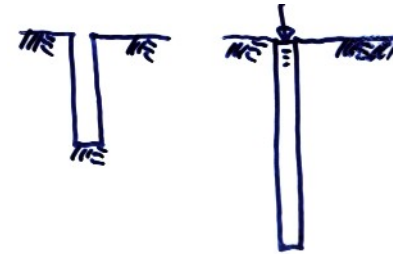
Příklad 1 – neodvodněná stabilita nepaženého výkopu

výkop bez vody

$$H_{\max} = 3,8 s_u / \gamma$$

výkop plný vody

$$H_{\max} = 3,8 s_u / (\gamma - \gamma_w)$$



Význam výplachu vrtu/rýhy - úloha bentonitová suspenze při pažení

Vliv (tahových) trhlin v koruně svahu (sesuvu)

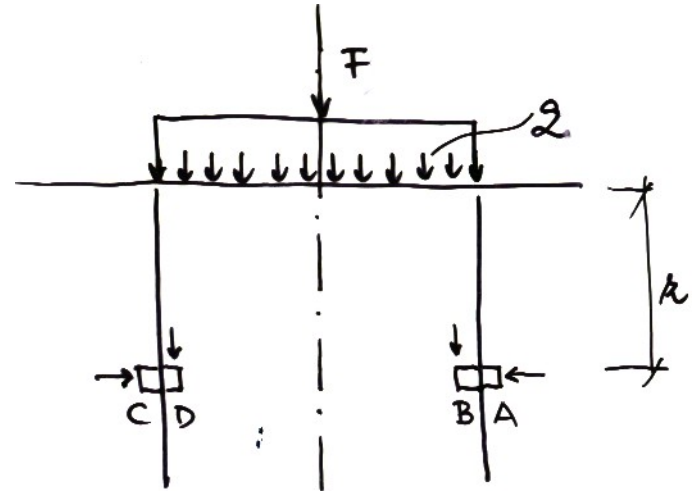
...Výše uvedené příklady byly neodvodněné události , tj krátkodobá stabilita!

DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Příklad 2 – neodvodněná únosnost základového pasu

1. Dolní mez

$$F = F_{\max, \text{dolní}} = q_{\max, \text{dolní}} \times \text{plocha} = q_{\max, \text{dolní}} \times B \times 1$$

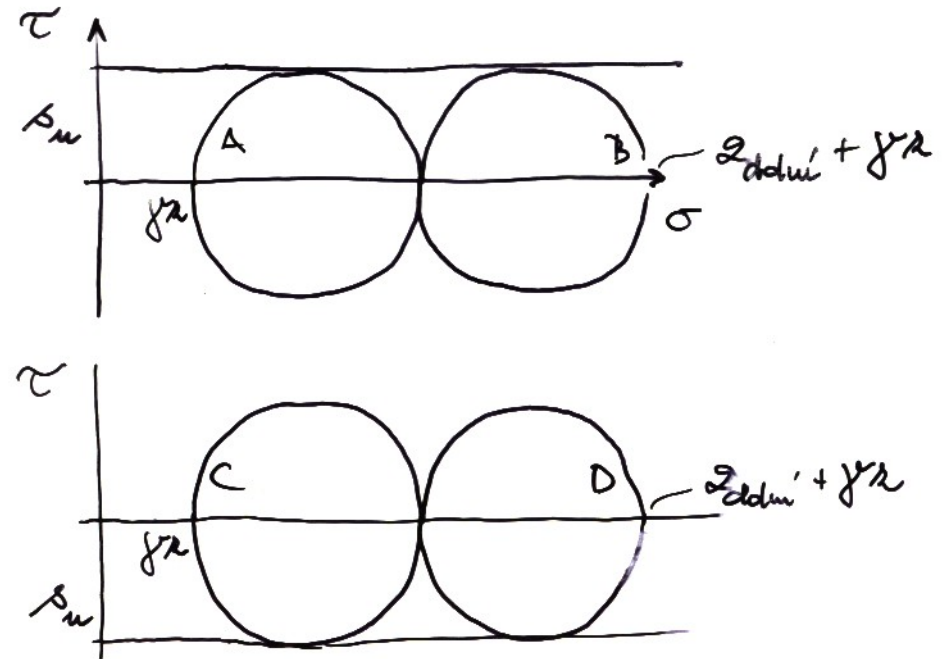


$$q_{\max, \text{dolní}} + \gamma z = \gamma z + 4s_u$$

$$q_{\max, \text{dolní}} = 4s_u$$

$$F_{\max, \text{dolní}} = q_{\max, \text{dolní}} \times \text{plocha}$$

$$F_{\max, \text{dolní}} = B q_{\max, \text{dolní}} = 4 B s_u$$



DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

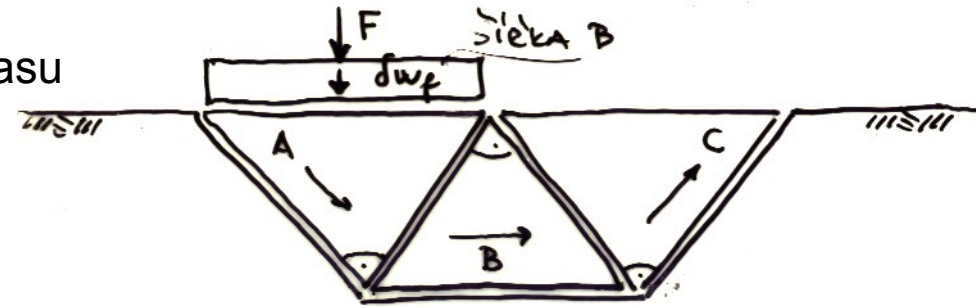
Příklad 2 – neodvodněná únosnost základového pasu

2. Horní mez

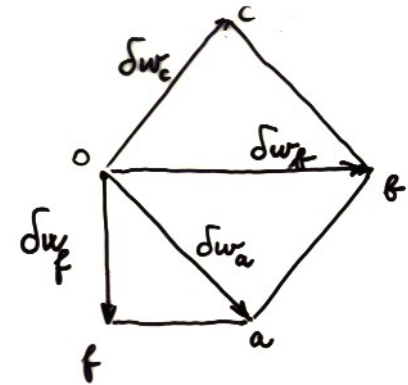
$$F = F_{\max, \text{horní}} = q_{\max, \text{horní}} \times B \times 1$$

$$\text{virtuální práce vnějších sil: } \delta W_{\text{EXT}} = F_{\max, \text{horní}} \delta w_f$$

$$\text{virtuální práce vnitřních sil: } \delta W_{\text{INT}} = \sum T_i L_i \delta w_i$$



PLOCHA SLEZU	τ	DĚLKA	POSUN	PRÁCE $\delta W = s_u L \delta w$
oa	s_u	$B \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\sqrt{2} \delta w_f$	$s_u B \delta w_f$
ob	s_u	B	$2 \delta w_f$	$2 s_u B \delta w_f$
oc	s_u	$\frac{\sqrt{2}}{2} B$	$\sqrt{2} \delta w_f$	$s_u B \delta w_f$
ab	s_u	$\frac{\sqrt{2}}{2} B$	$\sqrt{2} \delta w_f$	$s_u B \delta w_f$
bc	s_u	$\frac{\sqrt{2}}{2} B$	$\sqrt{2} \delta w_f$	$s_u B \delta w_f$
fa	\emptyset	B	δw_f	0
				$6 s_u B \delta w_f$



$$\delta W_{\text{EXT}} = \delta W_{\text{INT}}$$

$$F_{\max, \text{horní}} = 6 B s_u$$

Příklad 2 – neodvodněná únosnost základového pasu

$$\text{dolní mez: } q_{\text{max,dolní}} = 4s_u$$

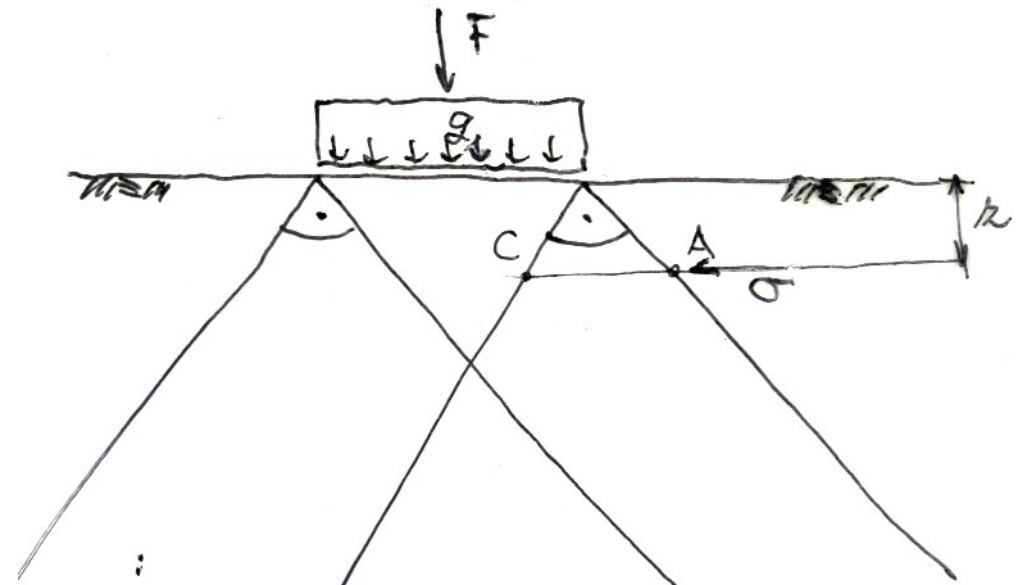
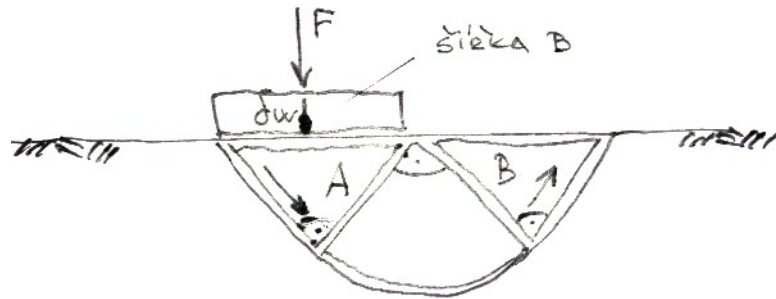
$$\text{horní mez: } q_{\text{max,horní}} = 6s_u$$

Přesné řešení neznáme, leží v intervalu $q_{\text{max}} = 4s_u$ až $6s_u$

DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Příklad 2 – neodvodněná únosnost základového pasu

Řešení při realističtějším mechanismu:



$$\text{horní mez: } q_{\max, \text{horní}} = (2 + \pi) s_u$$

$$\text{dolní mez: } q_{\max, \text{dolní}} = (2 + \pi) s_u$$

$$q_{\max, \text{horní}} = q_{\max, \text{dolní}} = q_{\max} = (2 + \pi) s_u$$

(neodvodněná únosnost základového pasu na povrchu)

$$\text{založení v hloubce } D: q_{\max} = (2 + \pi) s_u + \gamma D$$

METODA MEZNÍ ROVNOVÁHY

Příklad 2 – neodvodněná únosnost základového pasu (MMR = LEM)

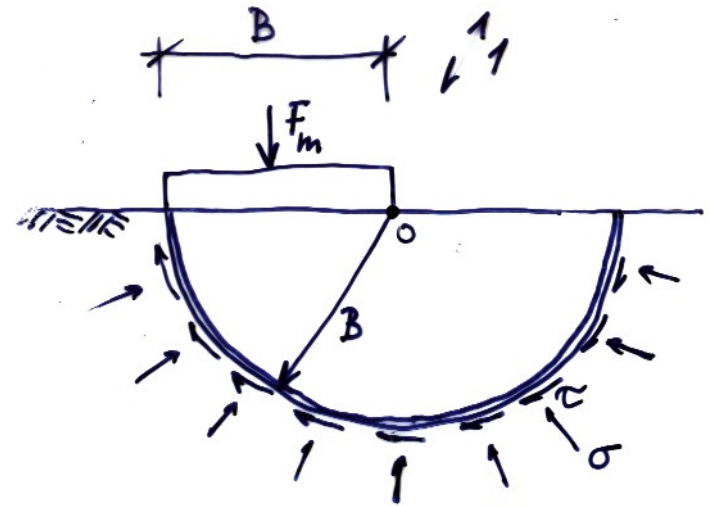
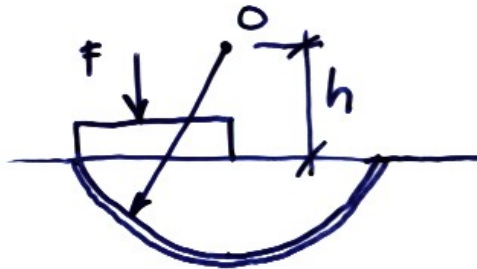
$$F_{\max} = ?$$

Rovnováha na zvolené smykové ploše:

$$F_{\max} \times \frac{1}{2} B = s_u B (2 \pi \times \frac{1}{2} B)$$

$$F_{\max} = 2 \pi B s_u$$

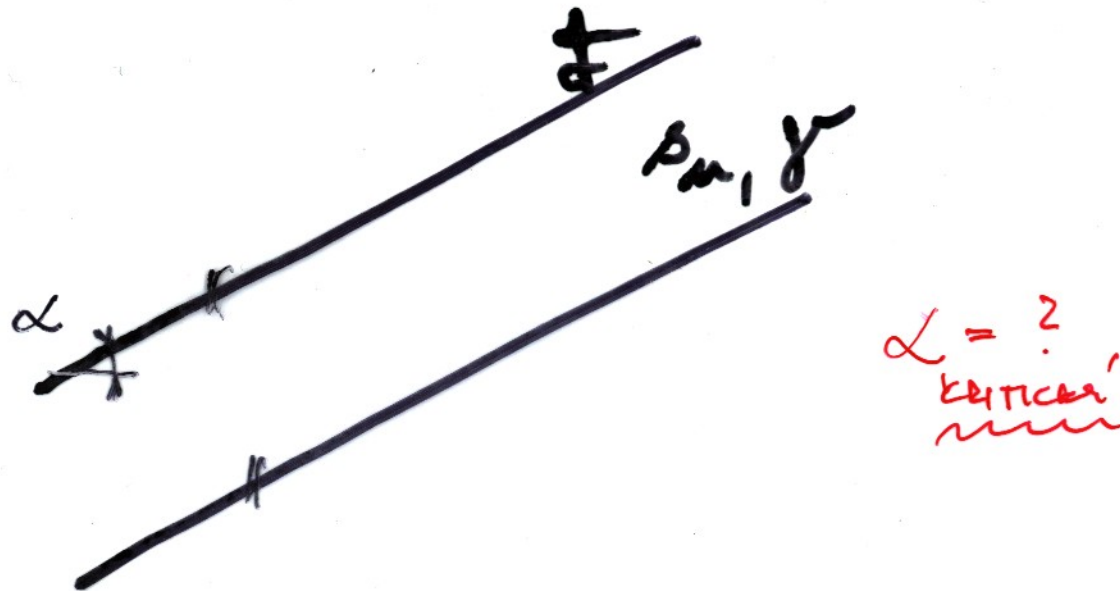
Další mechanismy:



Minimum F_{\max} vyjde pro $h / B = 0,58$, tj pro $F_{\max} = 5,5 B s_u$

DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

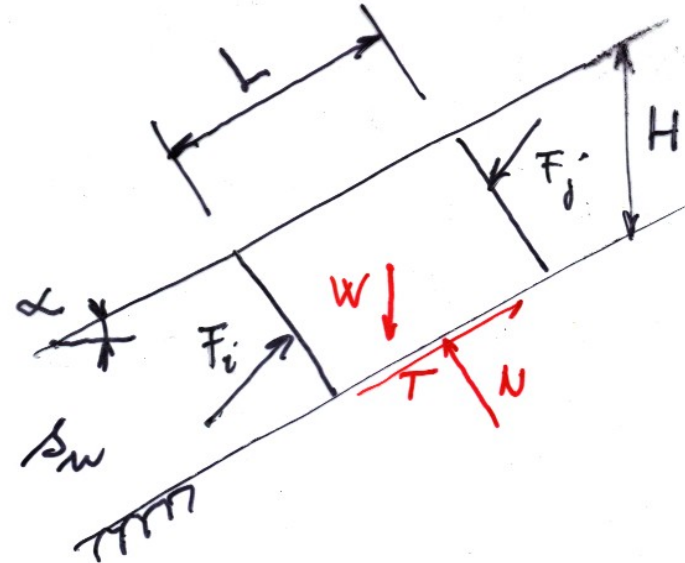
Příklad 3 – neodvodněná stabilita svahu o sklonu α , smyková plocha rovnoběžná se svahem



DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Příklad 3 – neodvodněná stabilita svahu o sklonu α , smyková plocha rovnoběžná se svahem

Dolní mez



$$\sigma = N / A = N / (L \times 1) = W \cos \alpha / L = (\gamma H L \cos \alpha) \cos \alpha / L = \gamma H \cos^2 \alpha$$

$$\tau = T / A = T / (L \times 1) = W \sin \alpha / L = (\gamma H L \cos \alpha) \sin \alpha / L = \gamma H \cos \alpha \sin \alpha$$

Podmínka rovnováhy a dosažení podmínky pevnosti:

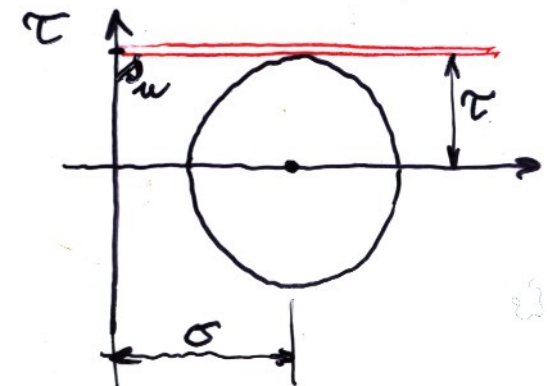
$$\tau / \sigma = \sin \alpha / \cos \alpha = \tan \alpha$$

$$\tau = s_u$$

$$\tan \alpha_{\max, \text{dolní}} = s_u / (\gamma H \cos^2 \alpha_{\max, \text{dolní}})$$

$$\sin \alpha_{\max, \text{dolní}} \cos \alpha_{\max, \text{dolní}} = s_u / (\gamma H)$$

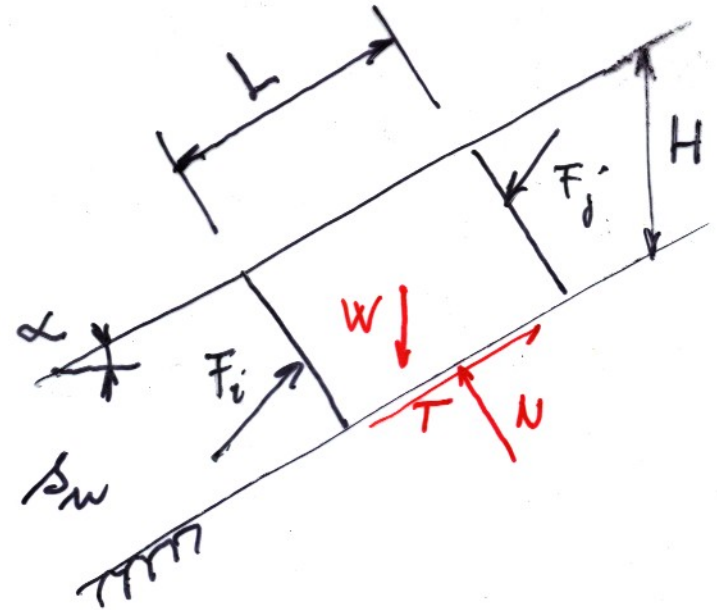
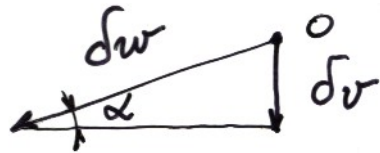
$$\alpha_{\max, \text{dolní}} = \frac{1}{2} \arcsin (2s_u / (\gamma H))$$



DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Příklad 3 – neodvodněná stabilita svahu o sklonu α , smyková plocha rovnoběžná se svahem

Horní mez



Práce vnějších sil: $\delta W_{\text{EXT}} = W \delta v = \gamma L H \cos \alpha \delta w \sin \alpha$

Práce vnitřních sil: $\delta W_{\text{INT}} = \tau L \delta w = s_u L \delta w$

$$\delta W_{\text{INT}} = \delta W_{\text{EXT}}$$

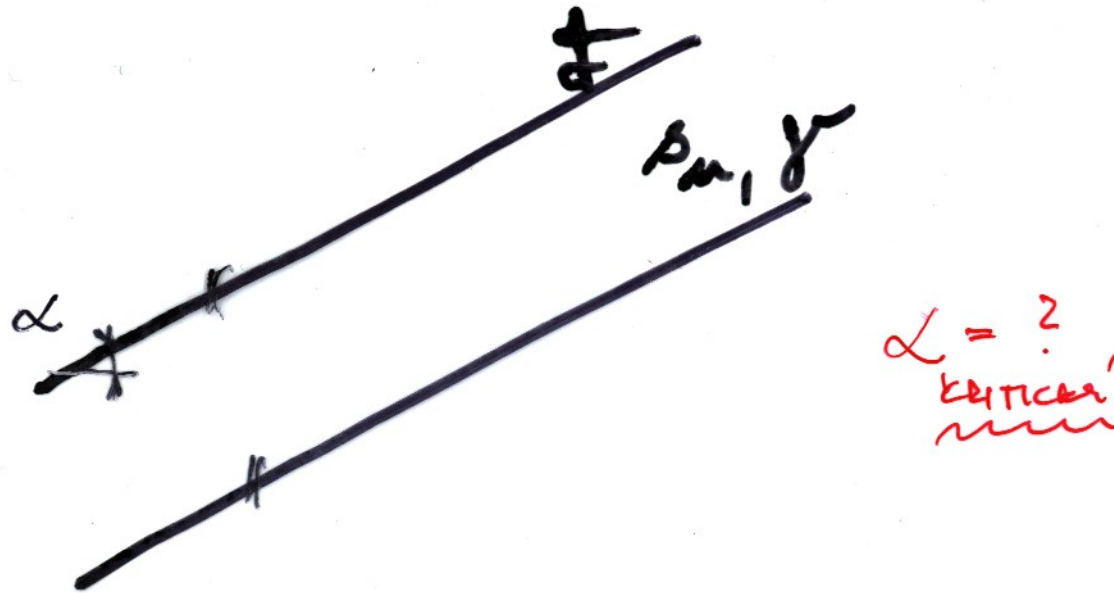
$$\gamma H L \delta w \cos \alpha_{\text{max,horní}} \sin \alpha_{\text{max,horní}} = s_u L \delta w$$

$$\frac{1}{2} \sin 2\alpha_{\text{max,horní}} = s_u / (\gamma H)$$

$$\alpha_{\text{max,horní}} = \frac{1}{2} \arcsin (2s_u / (\gamma H))$$

DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Příklad 3 – neodvodněná stabilita svahu o sklonu α , smyková plocha rovnoběžná se svahem



$$\alpha_{\max, \text{dolní}} = \alpha_{\max, \text{horní}} = \frac{1}{2} \arcsin (2s_u / (\gamma H))$$

Mezní („kritický“) sklon svahu, při němž dojde k porušení $\alpha_{\max} = \frac{1}{2} \arcsin (2s_u / (\gamma H))$

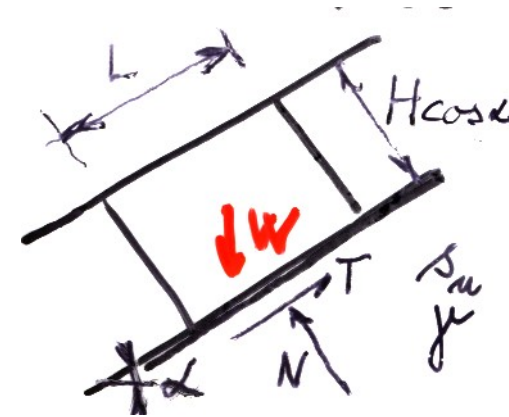
Příklad 3 – neodvodněná stabilita svahu o sklonu α , smyková plocha rovnoběžná se svahem

Působící síly:

$$W = \gamma H L \cos \alpha$$

$$T = \gamma H L \cos \alpha \sin \alpha$$

$$T_{\max} = s_u L$$



Stupeň stability (bezpečnosti) $FS = \text{pevnost} / \text{smykové napětí}$

$$FS = s_u / (\gamma H \cos \alpha \sin \alpha) = 2s_u / (\gamma H \sin 2\alpha)$$

$$FS = 1 \rightarrow \alpha = \alpha_{\max} = \frac{1}{2} \arcsin (2s_u / (\gamma H))$$

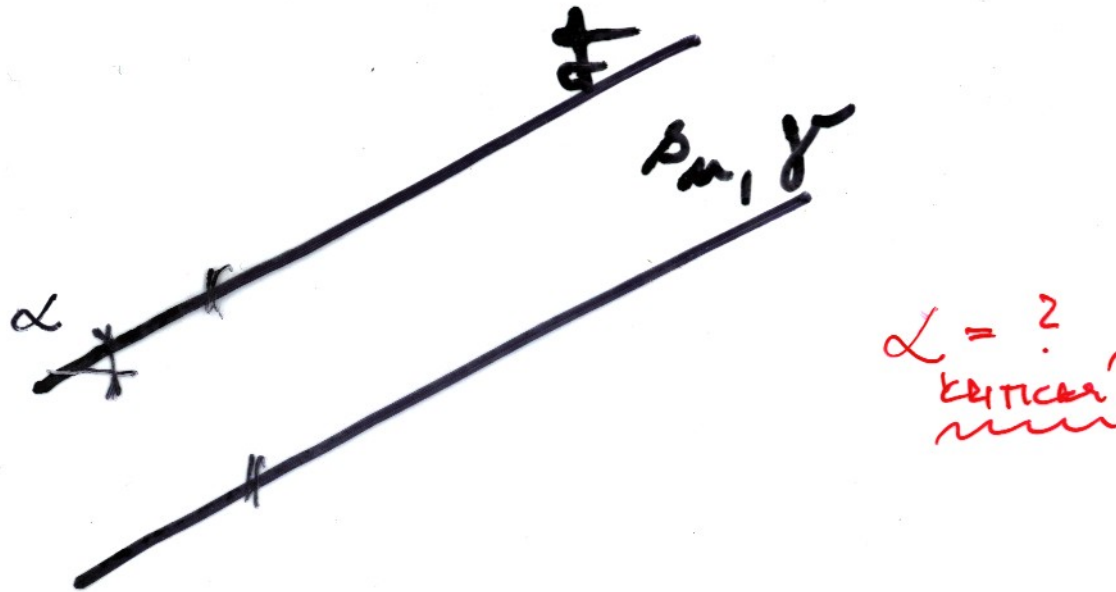
POZOR

v MMR zvolit další mechanismy a hledat minimum FS!

v tomto případě není třeba, všechny mechanismy jsou stejné (zadána smyková plocha rovnoběžná se svahem)

DOLNÍ A HORNÍ MEZ ÚNOSNOSTI

Příklad 3 – neodvodněná stabilita svahu o sklonu α , smyková plocha rovnoběžná se svahem



Mezní („kritický“) sklon svahu, při němž dojde k porušení $\alpha_{\max} = \frac{1}{2} \arcsin (2s_u / (\gamma H))$

Pokud je $s_u = \text{konst.}$, klesá FS s rostoucím $H \rightarrow$ hluboká smyková plocha pro neodvodněnou stabilitu pomáhá sesouvání

- [1] Atkinson, J.H. (2007) The mechanics of soils and foundations. 2nd ed. Taylor & Francis.
- [2] Atkinson, J.H. (1981) Foundations and slopes. McGraw-Hill.

Základní – povinná

Atkinson, J. H. (2007) The mechanics of soils and foundations. 2nd ed. Taylor & Francis.
(několik výtisků je v knihovně geologické sekce; první vydání (1993) lze najít na i-netu)

Odkaz na prezentace přednášek je na <http://natur.cuni.cz/~bohac/>

Rozšiřující (omezeně dostupná na oddělení IG)

Terzaghi, K, Peck, R.B. and Mesri, G. (1996) Soil mechanics in engineering practice. J. Wiley & Sons.

Tomlinson, M.J. (1995) Foundation design and construction. 6th ed, Longman/J. Wiley & Sons.

Fleming W.G.K., Weltman A.J., Randolph, M.F. and Elson, W.K. (1994) Piling engineering. 2nd ed. Blackie A&P.